অধ্যায় ২
সেট ও ফাংশন

MAIN TOPIC

সেট প্রকাশের পদ্ধতি (Method of describing Sets) : সেট প্রকাশ করার দুইটি পদ্ধতি আছে। যথা:

(i) তালিকা পদ্ধতি (Tabular Method বা Roster Method) : এই পদ্ধতিতে সেটের সকল উপাদানকে { } এর মধ্যে আবদ্ধ করা হয় এবং উপাদানগুলোকে আলাদা করার জন্য কমা (,) ব্যবহার করা হয়। যেমন,

$A = \{2,3,5,7,11,13,17\}$

$B = \{b, 0, y\}$

$C = \{1,3,5,7,9, ., ., ., ., ., ., ., .\}$ ডট (.) দ্বারা অনুলিখিত উপাদান বোঝানো হয়

তালিকা পদ্ধতিকে **Roster method** ও বলা হয়।

(ii) সেট গঠন পদ্ধতি (Set Builder Method বা Rule Method): এই পদ্ধতিতে উপাদানের সাধারণ ধর্মের উল্লেখ করে সেটকে বর্ণনা করা হয়। যেমন,

$A = \{x : x$ জোড় স্বাভাবিক সংখ্যা।$\}$

এখানে, ":" চিহ্ন দ্বারা 'যেন' বোঝায়। উপরের বলা হয়।উদাহরণের অর্থ, A হলো সকল x এর সেট যেন x জোড় স্বাভাবিক সংখ্যা। এ পদ্ধতিকে Rule Method ও বলা হয়।

সসীম সেট (Finite Set)

যে সেটের উপাদান সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ করা যায়, তাকে সসীম সেট বলে। যেমন, $D = \{x, y, z\}, E = \{3, 6, 9, \dots, 60\}, F = \{x: x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $30 < x < 70\}$ ইত্যাদি সসীম সেট। এখানে, D সেটে 3 টি, E সেটে 20 টি এবং F সেটে 9 টি উপাদান আছে।

অসীম সেট (Infinite Set)

যে সেটের উপাদান সংখ্যা গণনা করে শেষ করা যায় না, তাকে অসীম সেট বলে। যেমন, A = { $x: x$ বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা}, স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$, পূর্ণসংখ্যার সেট $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots\}$, মূলদ সংখ্যার সেট Q = { $\frac{a}{b}$: a ও b পূর্ণসংখ্যা এবং $b \neq 0\}$, বাস্তব সংখ্যার সেট R ইত্যাদি অসীম সেট।

উদাহরণ ৪. দেখাও যে, সকল স্বাভাবিক সংখ্যার সেট একটি অসীম সেট।

সমাধান : স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots\}$

N সেট থেকে বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহ নিয়ে গঠিত সেট $A = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$

N সেট থেকে জোড় স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহ নিয়ে গঠিত সেট $B = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$

N সেট থেকে 3 এর গুণিতকসমূহের সেট $C = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$ ইত্যাদি।

এখানে, N সেট থেকে গঠিত উপরের সেটসমূহের উপাদান সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ করা যায় না।

ফলে A, B, C অসীম সেট।

$\therefore$ N একটি অসীম সেট।

ফাঁকা সেট (Empty Set)

যে সেটের কোনো উপাদান নেই তাকে ফাঁকা সেট বলে। ফাঁকা সেটকে $\emptyset$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

যেমন; হলি ক্রস স্কুলের তিনজন ছাত্রের (পুরুষ) সেট, $\{x \in N : 10 < x < 11\}, \{x \in N : x$ মৌলিক সংখ্যা এবং $23 < x < 29\}$ ইত্যাদি।

ভেনচিত্র (Venn-Diagram)।

জন ভেন (১৮৩৪-১৯২৩) সেটের কার্যবিধি চিত্রের সাহায্যে প্রকাশ করেন। এতে বিবেচনাধীন সেটগুলোকে সমতলে অবস্থিত বিভিন্ন আকারের জ্যামিতিক চিত্র যেমন আয়ত, বৃত্ত এবং ত্রিভুজ ব্যবহার করা হয়। জন ভেনের নামানুসারে চিত্রগুলো ভেন চিত্র নামে পরিচিত।

উপসেট (Subset)

$A = \{a, b\}$ একটি সেট। এই সেটের উপাদান থেকে $\{a, b\}, \{a\}, \{b\}$ সেটগুলো গঠন করা যায়। আবার, কোনো উপাদান না নিয়ে $\emptyset$ সেট গঠন কর যায়। এখানে, গঠিত $\{a, b\}, \{a\}, \{b\}$, $\emptyset$ প্রত্যেকটি A সেটের উপসেট। সুতরাং কোনো সেট থেকে যতগুলো সেট গঠন করা যায়, এদের প্রত্যেকটি সেটকে ঐ সেটের উপসেট বলা হয়। **উপসেটের চিহ্ন $\subseteq$।** যদি B সেট A এর উপসেট হয় তবে $B \subseteq A$ লেখা হয়। B, A এর উপসেট অথবা B is a subset of A। উপরের উপসেটগুলোর মধ্যে $\{a, b\}$ সেট A এর সমান। প্রত্যেকটি সেট নিজের উপসেট। আবার, যেকোনো সেট থেকে $\emptyset$ সেট গঠন করা যায়। $\therefore$ $\emptyset$ যেকোনো সেটের উপসেট।

ধরি $P = \{1, 2, 3\}$ এবং $Q = \{2, 3\}, R = \{1, 3\}$ তাহলে P, Q এবং R প্রত্যেকে P এর উপসেট। অর্থাৎ $P \subseteq P, Q \subseteq P$ এবং $R \subseteq P$।

প্রকৃত উপসেট (Proper subset)

কোনো সেট থেকে গঠিত উপসেটের মধ্যে যে উপসেটগুলোর উপাদান সংখ্যা প্রদত্ত সেটের উপাদান সংখ্যা অপেক্ষা কম এদেরকে প্রকৃত উপসেট বলে। যেমন, $A = \{3, 4, 5, 6\}$ এবং B = {3, 5} দুইটি সেট। এখানে, B এর সব উপাদান A সেটে বিদ্যমান এবং B সেটের উপাদান সংখ্যা A সেটের উপাদান সংখ্যা থেকে কম।

∴ B, A এর একটি প্রকৃত উপসেট এবং $B \subset A$ লিখে প্রকাশ করা হয়।

উপসেটের উদাহরণে Q ও R প্রত্যেকে P এর প্রকৃত উপসেট। উল্লেখ্য ফাঁকা সেট বা ∅ যেকোনো সেটের প্রকৃত উপসেট।

প্রকৃত উপসেট (Proper Subset): A সেটের প্রত্যেক উপাদান যদি B সেটে বিদ্যমান থাকে এবং B সেটে অন্তত একটি উপাদান থাকে যা A সেটে নেই, তবে A কে B এর প্রকৃত উপসেট বলে। একে $A \subset B$ লিখে প্রকাশ করা হয়।

উদাহরণ :

$A = \{2,4,6,8\}$ এবং $B = \{1,2,4,5,6,8\}$; $A \subset B$

A, A এর প্রকৃত উপসেট নয়।

ফাঁকা সেট প্রকৃত উপসেট।

ফাঁকা (∅) সেট প্রত্যেক সেটের উপসেট।

শর্তসাপেক্ষে সেট বা উপসেট প্রকাশের নিয়ম : একটি সেট থেকে বিভিন্ন শর্তানুসারে বিভিন্ন উপাদান নিয়ে একাধিক উপসেট গঠন করা যায়। উদাহরণস্বরূপ, স্বাভাবিক সংখ্যার সেট N এর বিভিন্ন উপাদান নিয়ে ৫ রকম শর্তানুসারে ৫ টি উপসেট গঠন করা হলো :

প্রতীক	কথায়
$A = \{x \in N : x < 10\}$	যেসব স্বাভাবিক সংখ্যা 10 এর ছোট তাদের সেট।
$B = \left\{x \in N : \frac{16}{x}\right\}$	যেসব স্বাভাবিক সংখ্যা 16 এর গুণনীয়ক(factor) তাদের সেট।
$C = \{x \in N : 7x\}$	যেসব স্বাভাবিক সংখ্যা 7 এর গুণিতক(multiple) তাদের সেট।
$D = \{x \in N : x < 30$ এবং x মৌলিক সংখ্যা $\}$	যেসব মৌলিক সংখ্যা 30 এর ছোট তাদের সেট।
$E = \{x \in N : x^2 > 10$ এবং $x^3 < 100\}$	যেসব স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ 10 থেকে বড় এবং ঘন 100 থেকে ছোট তাদের সেট।

সার্বিক সেট Universal set) : যদি আলোচনাধীন সকল সেট একটি নির্দিষ্ট বড় সেটের উপসেট হয় তবে ঐ নির্দিষ্ট সেটকে সার্বিক সেট বলা হয়। সার্বিক সেটকে সাধারণত U প্রতীক দ্বারা প্রকাশ করা হয়। যেমনঃ A = {1, 2, 3}, B = {2, 3, 4}, C = {7, 8, 9} এখানে আলোচ্য এই তিনটি সেটের প্রত্যেকই U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} এর উপসেট। সুতরাং এখানে U হলো সার্বিক সেট।

সংযোগ সেট (Union of sets) : দুইটি সেটের সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে ঐ সেটদ্বয়ের সংযোগ সেট বলে। A ও B এর সংযোগ সেটকে AUB প্রতীক দ্বারা সূচিত করা হয় এবং পড়া হয়, "A সংযোগ B" বা "A union B". সেট গঠনের প্রতীকে AUB এর সংজ্ঞা দাঁড়ায়, AUB = $\{x : x \in A$ অথবা $x \in B\}$ উদাহরণ: A = {1, 2, 3}; B = {2, 3, 4, 5}

সুতরাং $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

অন্তর সেট (Difference of Sets) : দুইটি সেটের একটির যে সকল উপাদান অপরটিতে নেই তাদের দ্বারা গঠিত সেটকে অন্তর সেট বলা হয়। যেমন: A ও B দুইটি সেট হলে, A সেটের যে সকল উপাদান B সেটের উপাদান নয় তদের দ্বারা গঠিত সেটকে A থেকে B সেটের অন্তর সেট বলা হয়। সেটের অন্তরকে $A\backslash B$ অথবা A- B প্রতীক দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

$A\backslash B$ কে পড়তে হয় A বাদ B।

$A\backslash B = \{x : x \in A$ এবং $x \notin B\}$.

উদাহরণ-১ :

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, B = \{1, 2, 3\}$ হলে,

$A\backslash B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{1, 2, 3\} = \{4, 5, 6\}$

উদাহরণ-২ :

$A = \{1, 2, 3\}, B = \{4, 5, 6\}$ হলে,

$A\backslash B = \{1, 2, 3\}\backslash\{4, 5, 6\} = \{1, 2, 3\}$

উদাহরণ-৩ :

$A = \{3, 4, 5\}, B = \{4, 5, 7, 8\}$ হলে,

$A\backslash B = \{3, 4, 5\} - \{4, 5, 7, 8) = \{3\}$

Note: $A\backslash B$ ও $A - B$ একই কথা।

ছেদ সেট (Intersection of Sets) : দুইটি সেটের সাধারণ উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে ঐ সেটদ্বয়ের ছেদ সেট বলে। A ও B এর ছেদ সেটকে A∩B প্রতীক দ্বারা সূচিত করা হয় এবং "A ছেদ B" বা "A intersection B" পড়া হয়। সেট গঠনের প্রতীকে A∩B এর সংজ্ঞা দাঁড়ায়,

A∩B = $\{x: x \in A$ এবং $x \in B\}$

উদাহরণ : $A = \{1,3,5,7\}$; $B = \{3,4,6\}$ ।

সুতরাং $A \cap B = \{3\}$

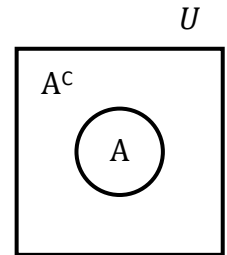
নিচ্ছেদ সেট (Disjoint sets) সেট : দুইটি সেটে যদি কোনো সাধারণ উপাদান না থাকে, তবে ঐ সেটদ্বয়কে পরস্পর নিশ্চেদ সেট বলে।

উদাহরণ : $A = \{1,3,5,7\}$; $B = \{2,4,6\}$ |

$\therefore A \cap B = \{\,\} = \emptyset$

এখানে, A ও B সেটের কোনো সাধারণ সদস্য নেই।

পুরক সেট (Complement of a set):

U সার্বিক সেট এবং A সেটটি U এর উপসেট। A সেটের বর্হিভূত সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে A সেটের পূরক সেট বলে। A এর পূরক সেটকে A^C বা, A' দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

গাণিতিকভাবে $A' = U \setminus$A.

মনে করি, P ও Q দুইটি সেট এবং P সেটের যেসব উপাদান Q সেটের উপাদান নয়, ঐ উপাদানগুলোর সেটকে P এর প্রেক্ষিতে Q এর পূরক সেট বলা হয় এবং লেখা হয় $Q^c = P\setminus$Q

শক্তি সেট (Power Sets)।

$A = \{m,n\}$ একটি সেট। A সেটের উপসেটসমূহ হলো $\{m,n\}, \{m\}, \{n\}$, $\emptyset$; এখানে উপসেটসমূহের সেট $\{\{m\,n\}, \{m\}, \{n\}, \emptyset\}$ কে A সেটের শক্তি সেট বলা হয়। এ সেটের শক্তি সেটকে P(A) দ্বারা প্রকাশ করা হয়। সুতরাং **কোনো সেটের সকল উপসেট দ্বারা গঠিত সেটকে ঐ সেটের শক্তি সেট বলা হয়।**

উদাহরণ ১০, $A = \emptyset, B = \{a\}, C = \{a,b\}$ সেট তিনটির শক্তি সেটগুলোর উপাদান সংখ্যা কত?

সমাধান : এখানে, $P(A) = \{\emptyset\}$

$\therefore$ A সেটের উপাদান সংখ্যা শূন্য এবং এর শক্তি সেটের উপাদান সংখ্যা $= 1 = 2^0$

আবার, $P(B) = \{\{a\}, \emptyset\}$

∴ B সেটের উপাদান সংখ্যা 1 এবং এর শক্তি সেটের উপাদান সংখ্যা $= 2 = 2^1$ এবং $P(C) = \{\{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \emptyset\}$

∴ C সেটের উপাদান সংখ্যা 2 এবং এর শক্তি সেটের উপাদান সংখ্যা $= 4 = 2^2$

সুতরাং, **কোনো সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে, ঐ সেটের শক্তি সেটের উপাদান সংখ্যা হবে 2^n।**

ক্রমজোড় (Ordered Pair) : যদি একজোড়া উপাদানের মধ্যে কোনটি প্রথম অবস্থানে এবং কোনটি দ্বিতীয় অবস্থানে থাকবে, তা নির্দিষ্ট করে দেওয়া হয়, তবে ঐ জোড়াকে ক্রমজোড় বলা হয়।

যে কোনো উপাদান, x, y নিয়ে x কে প্রথম ও y কে দ্বিতীয় পদ বিবেচনা করলে আমরা একটি ক্রমজোড় (x, y) পাই। (x, y) প্রতীকটিকে কেবল জোড় না বলে ক্রমজোড় বলা হয়। কারণ প্রথম অবস্থান ও দ্বিতীয় অবস্থানের ক্রমানুসারে পদদ্বয় বিন্যস্ত থাকে।

ক্রমজোড় (x, y) ও (a, b) সমান হয় অর্থাৎ (x, y) = (a, b) হয়, যদি ও কেবল যদি x = a এবং y = b হয়।

মনে রাখবে, সেটকে দ্বিতীয় বন্ধনীর মধ্যে কিন্তু ক্রমজোড়কে প্রথম বন্ধনীর মধ্যে লেখা হয়।

দ্রষ্টব্য : {a,b} একটি সেট কিন্তু (a, b) একটি ক্রমজোড় এবং

$\{a, a\} = \{a\}$, কিন্তু $(a, a) = (a)$ লেখা যায় না।

a ও b দুটি ভিন্ন উপাদান হলে, সেটের ক্ষেত্রে $\{a, b\} = \{b, a\}$ লেখা যায়, কিন্তু ক্রমজোড়ের ক্ষেত্রে (a, b) = (b, a) সর্বদা লেখা যায় না।

ক্রমজোড়ের বাস্তব প্রয়োগ : দ্বিমাত্রিক জ্যামিতিতে ও লেখচিত্রে বিভিন্ন বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্দেশের জন্যে ক্রমজোড় ব্যবহার করা হয়।

কার্তেসীয় গুণজ (Cartesian product) : দুইটি সেটের একটির উপাদান দ্বারা প্রথম পদ এবং অপরটির উপাদান দ্বারা দ্বিতীয় পদ ধরে যতগুলো ক্রমজোড় গঠন করা সম্ভব তাদের সেটকে কার্তেসীয় গুণজ বলা হয়। A ও B দুইটি সেট হলে A সেটের উপাদানকে প্রথম পদ এবং B সেটের উপাদানকে দ্বিতীয় পদ ধরে যতগুলো ক্রমজোড় গঠন করা যায় তাদের সেটকে A ও B সেটের কার্তেসীয় গুণজ বলা হয়। A ও B সেটের কার্তেসীয় গুণজকে নিম্নরূপে প্রকাশ করা হয়।

$A \times B = \{(x, y) : x \in A$ এবং $y \in B\}$

উদাহরণ: $A = \{a, b\}$ এবং $B = \{x, y, z\}$ হলে

$A \times B = \{a, b\} \times \{x, y, z\}$

$= \{(a, x), (a, y), (a, z), (b, x), (b, y), (b, z)\}$

অন্বয় (Relation) : (গাণিতিকভাবে) ফাঁকা (Empty) নয় এরূপ দুইটি সেট A এবং B হলে কার্তেসীয় গুণজ সেট $A \times B$ অথবা এর অশূন্য উপসেটকে A সেট হতে B সেটের একটি অন্বয় বলা হয়।

যদি এ অন্বয়কে R দ্বারা সূচিত করা হয় তবে, $R \subseteq A \times B$ বিষয়টি নিম্নোক্ত উদাহরণের মাধ্যমে পরিষ্কার করা হলো।

উদাহরণ : মনে করি, $A = \{3,5\}$ এবং $B = \{2,4\}$

$\therefore A \times B = \{3,5\} \times \{2,4\} = \{(3,2), (3,4), (5,2), (5,4)\}$

$\therefore R = \{(3,2), (3,4), (5,2), (5,4)\}$

যদি $x > y$ শর্ত হয় তবে, $R = \{(3,2), (5,2), (5,4)\}$

এবং যদি $x < y$ শর্ত হয় তবে, $R = \{3,4\}$

দ্রষ্টব্য : A সেটের একটি উপাদান x ও B সেটের একটি উপাদান y এবং $(x, y) \in R$ হয়, তবে লেখা হয় x R y এবং পড়া হয় x, y এর সাথে অন্বিত (x is related to y) অর্থাৎ উপাদান x, উপাদান y এর সাথে R সম্পর্কযুক্ত।

আবার, A সেট হতে A সেটের একটি অন্বয় অর্থাৎ $R \subseteq A \times A$ হলে, R কে A এর অন্বয় বলা হয়।

সুতরাং A এবং B দুইটি সেটের উপাদানগুলোর মধ্যে সম্পর্ক দেওয়া থাকলে $x \in A$ এর সঙ্গে সম্পর্কিত $y \in B$ নিয়ে যে সব ক্রমজোড় (x,y) পাওয়া যায়, এদের অশূন্য উপসেটটই হচ্ছে একটি অন্বয়।

মন্তব্য : দুইটি সেটের মাঝখানে ব্যবহার করা হলে বুঝতে হবে যে, প্রথম সেটটি দ্বিতীয় সেটের উপসেট অথবা সমান।

❑ $A = \{x \in N: 2 < x < 3\}$

$B = \{1, 3, 5\}$

$C = \{2, 4, 6\}$

$D = \{1, 3, 4, 5\}$

$i)\ A \cup B = \{1, 3, 5\}$

$ii)\ B \cap C = \emptyset$

$iii)\ A \setminus B = \emptyset$

$iv)\ B \setminus D = \emptyset$

$v)\ A' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$vi)\ (A')' = \emptyset$

$vii)\ P(B) = \{\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{3, 5\}, \{1, 3, 5\}\}$

❑ $P(B)$ এর উপসেট সংখ্যা $= 2^n (n =$ উপাদান সংখ্যা)

ফাংশন (Function) : A থেকে B একটি অন্বয় যদি এরূপ হয় যে, A সেটের প্রত্যেক উপাদান B সেটের অনন্য (unique) অর্থাৎ কেবলমাত্র একটি উপাদানের সাথে সংশ্লিষ্ট (associated) থাকে, তাহলে ঐ অন্বয়কে A সেট থেকে B সেটের একটি ফাংশন বলা হয়।

সাধারণত x এর একটি মানের জন্য y এর কেবলমাত্র একটি মান পাওয়া যায় এবং x ও y এর মধ্যে যে সম্পর্ক তৈরি হয় তাই ফাংশন।

দ্রষ্টব্য : ফাংশন (Function) কে বাংলায় **"অপেক্ষক"** বলা হয়।

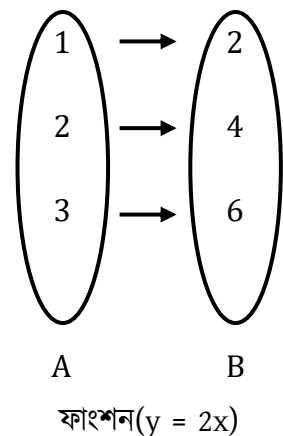
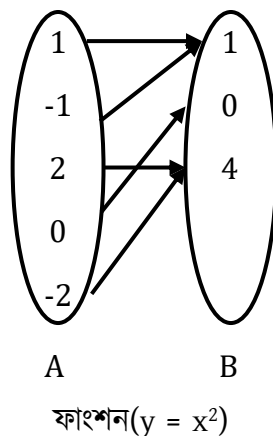
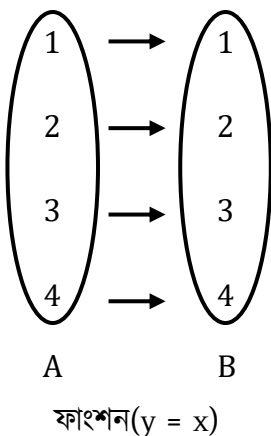
x-এর ফাংশনকে সাধারণত $y, f(x), g(x), F(x)$ ইত্যাদি দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

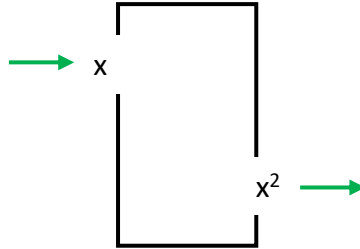
মন্তব্য : প্রতিটি ফাংশন অন্বয় হলেও প্রত্যেক অন্বয় ফাংশন নয় ।

নিম্নে ফাংশনের উদাহরণ দেওয়া হলো :

ফাংশন(y = x)

ফাংশন($y = x^2$)

ফাংশন(y = 2x)

মন্তব্য : ফাংশনগুলোতে x এর প্রতিটি মান y এর কমপক্ষে একটি মানের সাথে সম্পর্কিত।

ফাংশন

$f(x) = x^2 + 3x - 2$

$\therefore f(x-2) = (x-2)^2 + 3(x-2) - 2$

$y = f(x)$ → V. V. V. V. I.

$y = x^2 + 3x - 2$

ডোমেন (Domain) ও রেঞ্জ (Range)

কোনো অন্বয়ের ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহের সেটকে এর ডোমেন এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহের সেটকে এর রেঞ্জ বলা হয়।

মনে করি, A সেট থেকে B সেটে R একটি অন্বয় অর্থাৎ $R \subseteq A \times B$। R এ অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহের সেট হবে R এর ডোমেন এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহের সেট হবে R এর রেঞ্জ। R এর ডোমেনকে ডোম R এবং রেঞ্জকে রেঞ্জ R লিখে প্রকাশ করা হয়।

উদাহরণ ২০. অন্বয় $S = \{(2,1),(2,2),(3,2),(4,5)\}$ অন্বয়টির ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

সমাধান: দেওয়া আছে, $S = \{(2,1),(2,2),(3,2),(4,5)\}$

S অন্বয়ে ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহ 2, 2, 3, 4 এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহ 1, 2, 2, 5।

∴ ডোম S = {2, 3, 4} এবং রেঞ্জ S = {1, 2, 5}

উদাহরণ . A = {0, 1, 2, 3} এবং $R = \{(x,y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = x + 1\}$ হলে, R কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং ডোম R ও রেঞ্জ R নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $R = \{(x,y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = x + 1\}$

R এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $y = x + 1$।

এখন, প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = x + 1$ এর মান নির্ণয় করি।

x	0	1	2	3
y	1	2	3	4

যেহেতু $4 \notin A$, কাজেই $(3,4) \notin R$। ∴ R = {(0, 1), (1,2), (2,3)}

- ডোম $R = \{0, 1, 2\}$ এবং রেঞ্জ $R = \{1, 2, 3\}$

TOPICWISE MATH

Type 1: তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর

Model Ex 1: $A = \{x \in N: x^2 > 4$ এবং $x^3 < 125\}$

সমাধানঃ যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গ 4 অপেক্ষা বড় এবং ঘন 125 অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।

আমরা জানি, $N = \{1,2,3,4,5,6, \dots\}$

$x = 1$ হলে, $x^2 = 1 \ngtr 4$ এবং $x^3 = 1 < 125$

$x = 2$ হলে, $x^2 = 4 = 4$ এবং $x^3 = 8 < 125$

$x = 3$ হলে, $x^2 = 9 > 4$ এবং $x^3 = 27 < 125$

$x = 4$ হলে, $x^2 = 16 > 4$ এবং $x^3 = 64 < 125$

$x = 5$ হলে, $x^2 = 25 > 4$ এবং $x^3 = 125 = 125$

$x = 6$ হলে, $x^2 = 36 > 4$ এবং $x^3 = 216 \nless 125$

যেখানে x এর মান 3 ও 4 এর জন্য প্রদত্ত শর্ত মানে।

$\therefore$ নির্ণেয় সেট $= \{3,4\}$

Now Practice:

1. $\{x \in N: x^2 > 15$ এবং $x^3 < 225\}$ **Ans.** $\{4,5,6\}$

2. $\{x \in Z: 25 \le x^2 < 100\}$ **Ans.** $\{-9,-8,-7,-6,-5,5,6,7,8,9\}$

3. $\{x \in N: x < 25$ এবং $x, 3$ এর গুনিতক$\}$ **Ans.** $\{3,6,9,12,15,18,21,24\}$

Type 2: সেট গঠন পদ্ধতি

Model Ex 1: $C = \{-9, -6, -3, 3, 6, 9\}$ সেটটিকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

সমাধানঃ $C = \{-9, -6, -3,3,6,9\}$

এখানে C সেটের প্রতিটি উপাদান অশূন্য এবং 3 দ্বারা বিভাজ্য অর্থাৎ 3 এর গুনিতক। উপাদানগুলো -9 থেকে বড় ও সমান এবং $+9$ এর চেয়ে ছোট ও সমান ।

$\therefore C = \{x : x \neq 0, 3$ এর গুনিতক এবং $-9 \leq x \leq 9\}$

Model Ex 2: $C = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ সেটটিকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

সমাধানঃ $C = \{-4, -3, -2, -1,0,1,2,3\}$

এখানে C সেটের প্রতিটি উপাদান পূর্ণসংখ্যা। উপাদানগুলো -4 থেকে বড় ও সমান এবং 3 থেকে ছোট ও সমান।

$\therefore C = \{x \in Z : -4 \leq x \leq 3\}$

Now Practice:

1. $A = \{7,14,21,28,35,42\}$ কে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

2. $A = \{3,5,7,9,11\}$ কে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

3. $A = \{4,8,12,16,20,24,28,32\}$ কে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

Type 3: বিভিন্ন প্রকার সেট ভিত্তিক

Model Ex 1: $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2, 4, 6, 8\}$

$i.\ A \cup B = ?$

$ii.\ A \cap B = ?$

$iii.\ A - B = ?$

$iv.\ A' = ?$

$v.\ B' = ?$

$vi.\ (A \cup B)' = ?$

$vii.\ A' \cap B' = ?$

$viii.\ (A \cap B)' = ?$

সমাধানঃ

$i.\ A \cup B = \{1,2,3,4\} \cup \{2,4,6,8\}$

$= \{1,2,3,4,6,8\}$

$ii.\ A \cap B = \{1,2,3,4\} \cap \{2,4,6,8\}$

$= \{2,4\}$

$iii.\ A - B = \{1,2,3,4\} - \{2,4,6,8\}$

$= \{1,3\}$

$iv.\ A' = U - A = \{1,2,3,4,5,6,7,8\} - \{1,2,3,4\}$

$= \{5,6,7,8\}$

$v.\ A' = U - A = \{1,2,3,4,5,6,7,8\} - \{2,4,6,8\}$

$= \{1,3,5,7\}$

$\boldsymbol{vi}$ $(A \cup B)' = U - (A \cup B)$

$= \{1,2,3,4,5,6,7,8\} - \{1,2,3,4,6,8\}$

$= \{5,7\}$

$\boldsymbol{vii}$ $A' \cap B' = \{5,6,7,8\} \cap \{1,3,5,7\}$

$= \{5,7\}$

$\boldsymbol{viii}$ $(A \cap B)' = U - (A \cap B)$

$= \{1,2,3,4,5,6,7,8\} - \{2,4\}$

$= \{1,3,5,6,7,8\}$

Now Practice:

1. যদি $A = \{1,2,4,8\}$ এবং $B = \{1,2,3,6\}$ হয় তবে প্রমাণ কর যে,

$A \cup B = (A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B)$

2. $P = \{1,2,3\}, \mathrm{Q} = \{2,4,6\}, \mathrm{R} = \{1,4,7\}$ হলে দেখাও যে,

$(P \cap Q) \cup R = P \cap (Q \cap R)$

Type 4: শক্তি সেট (Power Set)

Model Ex 1: $A=\{a,b\}, B=\{a,b,c\}$ এবং $C=A\cup B$ হলে, দেখাও যে $P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n, যেখানে n হচ্ছে C এর উপাদান সংখ্যা।

সমাধানঃ

দেওয়া আছে $A=\{a,b\}, B=\{a,b,c\}$

$\therefore C=A\cup B=\{a,b\}\cup\{a,b,c\}$

$=\{a,b,c\}$

$\therefore$ এখানে C এর উপাদান সংখ্যা $n=3$

$\therefore P(C)=\{\{a,b,c\},\{a,b\},\{b,c\},\{c,a\},\{a\},\{b\},\{c\},\emptyset\}$

$\therefore P(C)$ এর উপাদান সংখ্যা $=8=2^3=2^n$

Now Practice:

1. $A=\{1,2,3\}$ হলে $P(A)$ নির্ণয় কর এবং প্রকৃত উপসেট নির্ণয় কর।

Note: কোন সেটে n সংখ্যক উপাদান থাকলে তার প্রকৃত উপসেট সংখ্যা 2^n-1

Type 5: সেটের গুন (কার্তেসীয় গুণজ)

Model Ex 1: $\boldsymbol{A = \{0, 1\}, B = \{1, 2\}}$ **হলে** $\boldsymbol{A \times B}$ **এবং** $\boldsymbol{B \times A}$ **নির্ণয় কর।**

সমাধানঃ

দেওয়া আছে, $A = \{0,1\},\ B = \{1,2\}$

কার্তেসীয় গুণজ নিয়মানুসারে,

$A \times B = \{0,1\} \times \{1,2\}$

$= \{(0,1), (0,2), (1,1), (1,2)\}$

$B \times A = \{1,2\} \times \{0,1\}$

$= \{(1,0), (1,1), (2,0), (2,1)\}$

Now Practice:

1. $A = \{a, b\}, B = \{2,3\}, C = \{3,4\}$ হয় তবে $A \times (B \cup C)$ এবং $A \times (B \cap C)$ নির্ণয় কর

Type 6: মিশ্র

Model Ex 1: যেসকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 605 ও 821 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 29 অবশিষ্ট থাকে তাদের সেট নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

যেসকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 605 ও 821 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 29 অবশিষ্ট থাকে সে সংখ্যাগুলো হলো $(605-29)=576$ ও $(821-29)=792$ এর সাধারন গুননীয়ক

মনেকরি,

29 অপেক্ষা বড় 576 এর গুননীয়কের সেট $= A$

29 অপেক্ষা বড় 792 এর গুননীয়কের সেট $= B$

$$\therefore 576 = 1 \times 576$$
$$= 2 \times 288$$
$$= 3 \times 192$$
$$= 4 \times 144$$
$$= 6 \times 96$$
$$= 8 \times 72$$
$$= 9 \times 64$$
$$= 12 \times 48$$
$$= 16 \times 36$$
$$= 18 \times 32$$
$$= 2 \times 288$$

$$\therefore 576 = 1 \times 576$$
$$= 2 \times 396$$
$$= 3 \times 264$$
$$= 4 \times 198$$
$$= 6 \times 132$$
$$= 8 \times 99$$
$$= 9 \times 88$$
$$= 11 \times 72$$
$$= 12 \times 66$$
$$= 18 \times 44$$
$$= 22 \times 36$$
$$= 24 \times 33$$

$\therefore A = \{32,36,48,64,72,96,144,192,288,576\}$

$B = \{33,36,44,66,72,88,99,132,198,264,396,729\}$

$\therefore$ নির্ণেয় সেট $= A \cap B = \{36,72\}$

Model Ex 2: $(x-1, y+2) = (y-2, 2x+1)$ হয় তবে (x, y) নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

ক্রমজোড়ের নিয়মানুসারে,

$x - 1 = y - 2$

$\Rightarrow x - y = -1 \ldots\ldots\ldots (i)$

এবং,

$y + 2 = 2x + 1$

$\Rightarrow 2x - y = 1 \ldots\ldots\ldots (ii)$

(ii) নং হতে (i) নং বিয়োগ করে,

$$2x - y = 1$$

$$x - y = -1$$

$$(-) \quad (+) \quad (+)$$

$$x = 2$$

x এর মান (i) নং এ বসাই,

$$2 - y = -1$$

$$\therefore y = 3$$

$\therefore$ নির্ণেয় $(x, y) = (2,3)$

Now Practice:

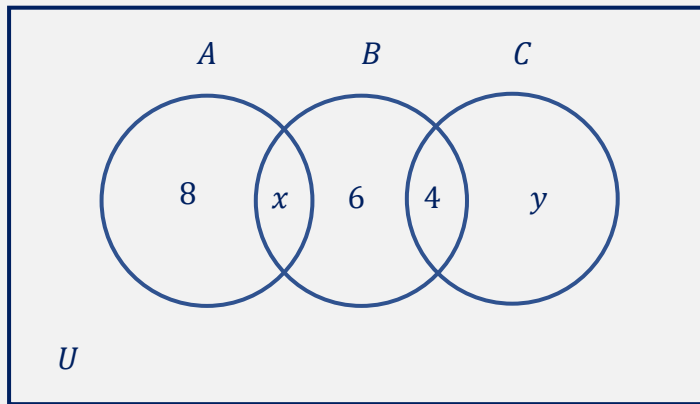
1. যেসকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 155 ও 233 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 25 অবশিষ্ট থাকে,তাদের সেট নির্ণয় কর।

2. $(x+y,0)=(1,x-y)$ হলে (x,y) নির্ণয় কর।

3. $(x-y,a^2+b^2)=(2a,ax+by)$ হলে (x,y) নির্ণয় কর।

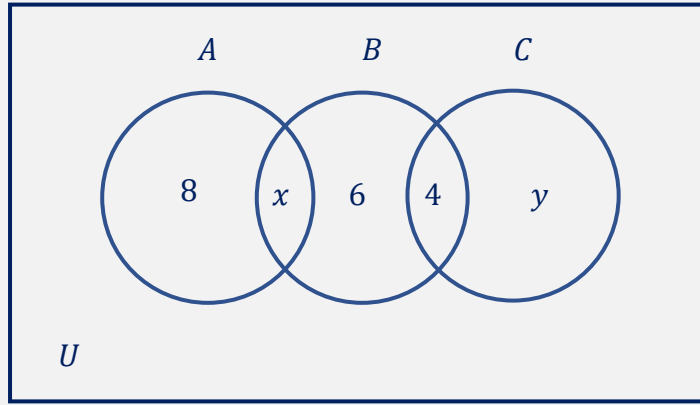
Type 7: ভেনচিত্র হতে

Model Ex 1:

ভেনচিত্রে সার্বিক সেট U এবং উপসেট A,B,C এর সদস্য সংখ্যা উপস্থাপন করা হয়েছে।

i. যদি $n(A\cap B)=n(B\cap C)$ হয় তবে x এর মান নির্ণয় কর।

ii. যদি $n(B\cap C')=n(A'\cap C)$ হয় তবে y এর মান নির্ণয় কর।

iii. $n(U)$ এর মান নির্ণয় কর।

ভেনচিত্রে সার্বিক সেট U এবং উপসেট A, B, C এর সদস্য সংখ্যা উপস্থাপন করা হয়েছে।

i. যদি $n(A \cap B) = n(B \cap C)$ হয় তবে x এর মান নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

দেওয়া আছে, $n(A \cap B) = n(B \cap C)$

$\Rightarrow x = 4$ [ভেনচিত্র হতে]

$\therefore x = 4$

ii. যদি $n(B \cap C') = n(A' \cap C)$ হয় তবে y এর মান নির্ণয় কর।

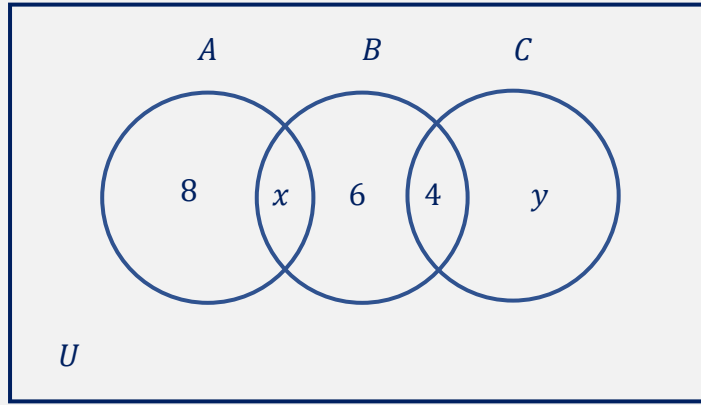
সমাধানঃ

দেওয়া আছে, $n(B \cap C') = n(A' \cap C)$

$\Rightarrow x + 6 = 4 + y$ [ভেনচিত্র হতে]

$\Rightarrow 4 + 6 - 4 = y$

$\therefore y = 6$

ভেনচিত্রে সার্বিক সেট U এবং উপসেট A, B, C এর সদস্য সংখ্যা উপস্থাপন করা হয়েছে।

iii. $n(U)$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

$n(U) = 8 + x + 6 + 4 + y$ [ভেনচিত্র হতে]

$= 8 + x + 6 + 4 + 6$ $\left[\because \begin{matrix} x = 4 \\ y = 6 \end{matrix}\right]$

$= 28$

$\therefore n(U) = 28$ **(Ans.)**

Type 8: উচ্চতর দক্ষতামূলক

Model Ex 1:

ঢাকা মহাবিদ্যালয় ছাত্রদের বিচিত্রা সন্ধানী ও পূর্বাণী পাঠ্যাভ্যাস সম্পর্কে পরিচালিত এক সমীক্ষায় দেখা গেল 60% ছাত্র বিচিত্রা, 50% ছাত্র সন্ধ্যানী, 30% ছাত্র বিচিত্রা ও সন্ধানী, 30% ছাত্র বিচিত্রা ও পূর্বাণী, 20% ছাত্র সন্ধানী ও পূর্বাণী এবং 10% ছাত্র তিনটি পত্রিকায় পড়ে।

i. বিবরণসহ উপাত্তগুলি ভেনচিত্রে উপস্থাপন কর।

ii. শতকরা কতজন ছাত্র উক্ত পত্রিকা তিনটির কোনটিই পড়েনা ?

iii. শতকরা কতজন ছাত্র উক্ত পত্রিকাগুলোর মধ্যে কেবল দুইটি পড়ে?

সমাধানঃ

i)

ধরি, সকল ছাত্রের সেট U, বিচিত্রা পড়া ছাত্রের সেট B, সন্ধানী পড়া ছাত্রের সেট S, পূর্বাণী পড়া ছাত্রের সেট P

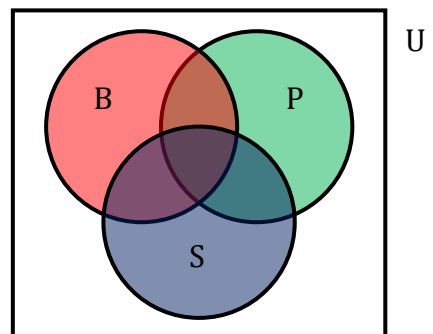
$\therefore n(U) = 100\%, n(B) = 60\%$

$n(S) = 50\%, n(P) = 50\%,$

$n(B \cap S) = 30\%$

$n(B \cap P) = 30\%, n(P \cap S) = 20\%$

$n(B \cap P) = 30\%, n(P \cap S) = 20\%$

$n(P \cap B \cap S) = 10\%$

ii)

তিনটি পত্রিকার অন্তত একটি পত্রিকা পড়ে এমন ছাত্রের সেট,

$(B \cup P \cup S)$ [ভেনচিত্র দ্রষ্টব্য]

∴তিনটির মধ্যে কোনটিই পড়ে না এমন ছাত্রের সংখ্যা

$n(U) - n(B \cup P \cup S)$ [ভেনচিত্রের সাদা অংশ]

এখন, $n(B \cup P \cup S) = n(B) + n(P) + n(S) - n(B \cap P) - n(B \cap S) - n(P \cap S) + n(B \cap P \cap S)$

$= 60\% + 50\% + 50\% - 30\% - 20\% + 10\% = 90\%$

∴কোনো পত্রিকাই পড়ে না এমন ছাত্রের সংখ্যা

$= n(U) - n(B \cup P \cup S) = 100\% - 90\% = 10\%$ **(Ans.)**

iii)

শুধুমাত্র বিচিত্রা ও পূর্বাণী পড়ে ছাত্রের সংখ্যা,

$$= n[(B \cap P) - (B \cap P \cap S)]$$

$$= n(B \cap P) - n(B \cap P \cap S)$$

$$= 30\% - 10\% = 20\%$$

শুধুমাত্র বিচিত্রা ও সন্ধাণী পড়ে ছাত্রের সংখ্যা,

$$= n[(B \cap S) - (B \cap P \cap S)]$$

$$= n(B \cap S) - n(B \cap P \cap S)$$

$$= 30\% - 10\% = 20\%$$

শুধুমাত্র পূর্বাণী ও সন্ধাণী পড়ে ছাত্রের সংখ্যা,

$$= n[(P \cap S) - (B \cap P \cap S)]$$

$$= n(P \cap S) - n(B \cap P \cap S)$$

$= 20\% - 10\% = 10\%$

∴ কেবলমাত্র দুইটি পত্রিকা পড়ে এমন ছাত্রদের সংখ্যা,

$20\% + 20\% + 10\% = 50\%$

Now Practice:

1. কোন স্কুলে নবম শ্রেণীর মানবিক শাখার 50 জন শিক্ষার্থীর মধ্যে 29 জন পৌরনীতি,24 জন ভূগোল এবং 11 জন পৌরনীতি ও ভূগোল উভয় বিষয়ই নিয়েছে। কতজন শিক্ষার্থী পৌরনীতি ও ভূগোল বিষয় দুটির কোনটিই নেয়নি ?

Type 9: অন্বয় ভিত্তিক

Model Ex 1: $A = \{5, 6\}, B = \{4, 5\}$ এবং A ও B এর উপাদানগুলীর মধ্যে $x > y$ সম্পর্কটি বিবেচনায় থাকে, তবে অন্বয়টি নির্ণয় কর।

সমাধানঃ

দেওয়া আছে $A = \{5,6\}, B = \{4,5\}$

প্রশ্নমতে, অন্বয়টি $R = \{(x, y): x \in A, y \in B$ এবং $x > y\}$

এখানে, $A \times B = \{5,6\} \times \{4,5\}$

$= \{(5,4), (5,5), (6,4), (6,5)\}$

∴ প্রদত্ত সম্পর্ক অনুসারে, $R = \{(5,4), (6,4), (6,5)\}$

Now Practice:

1. যদি $C = \{3,4\}, D = \{2,5\}$ এবং C ও D এর উপাদানগুলোর মধ্যে $x < y$ সম্পর্কটি বিবেচনায় থাকে, তবে অন্বয়টি নির্ণয় কর।

Type 10: অন্বয় হতে ডোমেন, রেঞ্জ নির্ণয়

Model Ex 1: $S = \{(-2,4),(-1,1),(0,0),(1,1),(2,4)\}$ **হতে ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর ?**

সমাধানঃ

দেওয়া আছে, $S = \{(-2,4),(-1,1),(0,0),(1,1),(2,4)\}$

S অন্বয়ের ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহ $-2,-1,0,1,2$ এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহ $0,1,4$

$\therefore$ ডোম $S = \{-2,-1,0,1,2\}$

$\therefore$ রেঞ্জ $S = \{0,1,4\}$ **(Ans.)**

Model Ex 2: **যদি** $R = \{(x,y): x \in A, y \in A$ **এবং** $y - 2x = 1\}$ **যেখানে** $A = \{-1,0,1,3\}$ **হলে** R **অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে ডোমেন, রেঞ্জ নির্ণয় কর ?**

সমাধানঃ

$A = \{-1,0,1,3\}$

R বর্ণিত শর্ত থেকে পাই $y = 2x + 1$

x	-1	0	1	3
y	-1	1	3	7

→ যেহেতু $7 \notin A . \therefore (3,7) \notin R$

$\therefore R = \{(-1,1),(0,1),(1,3)\}$

$\therefore$ ডোম $R = \{-1,0,1\}$

$\therefore$ রেঞ্জ $R = \{1,3\}$

Type 11: ফাংশনের মান নির্ণয়

Model Ex 1: যদি $f(x) = x^3 + kx^2 - 4x - 8$ হয় তাহলে k এর কোন মানের জন্য $f(-2) = 0$ হবে?

সমাধানঃ

দেওয়া আছে, $f(x) = x^3 + kx^2 - 4x - 8$

$$\therefore f(-2) = (-2)^3 + k(-2)^2 - 4(-2) - 8$$

$$= -8 + 4k + 8 - 8$$

$$= 4k - 8$$

যেহেতু, $f(-2) = 0$

$$\therefore 4k - 8 = 0$$

$$\therefore k = 2$$

$\therefore k = 2$ হলে $f(-2) = 0$ হবে **(Ans.)**

Model Ex 1: $f(x) = \frac{1+x^2+x^4}{x^2}$ হলে দেখাও যে, $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$

সমাধানঃ

দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{1+x^2+x^4}{x^2}$

$$\therefore f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1+\left(\frac{1}{x}\right)^2+\left(\frac{1}{x}\right)^4}{\left(\frac{1}{x}\right)^2}$$

$$= \frac{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^4}}{\frac{1}{x^2}}$$

$$= \frac{x^4+x^2+1}{x^4} \times \frac{x^2}{1}$$

$$= f(x)$$

$\therefore f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$ **(Showed)**

Now Practice:

1. $f(a) = \frac{3a+1}{3a-1}$ হলে $\frac{f(a)+1}{f(a)-1} =?$

2. $f(x) = \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ হলে, দেখাও যে, $f\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = 2f(x)$

3. $f(x) = \frac{5x-1}{5x+1}$ হলে, $\frac{f(x)-1}{f(x)+1} =?$

SOLVED CQ

প্রশ্ন ০১: ঢাকা বোর্ড-১৯

$f(x) = \frac{5x^2+3}{5x^2-3}$, $S = \{(x,y): x \in C, y \in D$ এবং $2x + y < 10\}$,

$C = \{1,3,5\}, D = \{2,4,7\}$

ক. $0.\dot{3}$ কে $0.2\dot{2}$ দ্বারা ভাগ কর।

খ. $\frac{f\left(\frac{1}{t^2}\right)+1}{f\left(\frac{1}{t^2}\right)-1}$ এর মান নির্ণয় কর।

গ. S অন্বয়কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে এর ডোমেন নির্ণয় কর।

০১ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)

$$0.\dot{3} = \frac{3-0}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$0.2\dot{2} = \frac{22-2}{90} = \frac{20}{90} = \frac{2}{9}$$

$$0.\dot{3} \div 0.2\dot{2} = \frac{1}{3} \div \frac{2}{9} = \frac{1}{3} \times \frac{9}{2} = \frac{3}{2}$$ **(ANSWER)**

(খ)

দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{5x^2+3}{5x^2-3}$

$$\therefore f\left(\frac{1}{t^2}\right) = \frac{5(\frac{1}{t^2})^2+3}{5(\frac{1}{t^2})^2-3}$$

$$= \frac{\frac{5}{t^4}+3}{\frac{5}{t^4}-3}$$

$$= \frac{\frac{5+3t^4}{t^4}}{\frac{5-3t^4}{t^4}}$$

বা, $f\left(\frac{1}{t^2}\right) = \frac{5+3t^4}{5-3t^4}$

$$\therefore \frac{f\left(\frac{1}{t^2}\right)+1}{f\left(\frac{1}{t^2}\right)-1} = \frac{5+3t^4+5-3t^4}{5+3t^4-5+3t^4}$$

$$= \frac{2.5}{2.3t^4}$$

$$= \frac{5}{3t^4}$$

(গ)

দেওয়া আছে , $C = \{1,3,5\}$ এবং $D = \{2,4,7\}$

এবং $S = \{(x,y): x \in C, y \in D$ এবং $2x + y < 10\}$

$C \times D = \{1,3,5\} \times \{2,4,7\}$

$$= \{(1,2),(1,4),(1,7),(3,2),(3,4),(3,7),(5,2),(5,4),(5,7)\}$$

শর্তানুসারে , $= \{(1,2),(1,4),(1,7),(3,2),(3,4),(3,7),(5,2),(5,4),(5,7)\} \notin S$

কারণ প্রতিক্ষেত্রেই $2X + Y \nless 10$

$$\therefore S = \{(1,2),(1,4),(1,7),(3,2)\}$$

$\therefore S = \{1,3\}$ **(ANSWER)**

প্রশ্ন-০২: রাজশাহী বোর্ড-১৯

$A = \{2,4,7\}, B = \{x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 2\}$

$S = \{(x, y): x \in B, y \in B$ এবং $y - 2x = 0\}$

(ক) $C = \{X \in \mathbb{N} : x^2 - 9 = 0\}$ সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

(খ) $P(A)$ নির্ণয় করে " A এর উপাদান সংখ্যা n হলে, $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n হবে"-উক্তিটির সত্যতা যাচাই কর।

(গ) S অন্বয়কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করে এর ডোমেন নির্ণয় কর।

২ নং প্রশ্নের উত্তর

(ক)

দেওয়া আছে, $C = \{X \in \mathbb{N} : x^2 - 9 = 0\}$

এখন, $x^2 - 9 = 0$

বা, $x^2 = 9$

$\therefore x = \pm 3$ $\quad\therefore$ নির্ণেয় সেট $\{-3,3\}$

(খ)

দেওয়া আছে, $A = \{2,4,7\}$

$$\therefore P(A) = \{\{2\}, \{4\}, \{7\}, \{2,4\}, \{2,7\}, \{4,7\}, \{2,4,7\}, \emptyset\}$$

এখানে A এর উপাদান সংখ্যা, $n = 3$

এবং $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা, $= 8 = 2^3 = 2^n$

$\therefore A$ এর উপাদান সংখ্যা n হলে, $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n হবে

(গ)

দেয়া আছে, $B = \{x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 2\}$

$= \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

এবং $S = \{(x, y): x \in B, y \in B$ এবং $y - 2x = 0\}$

এখানে, $y - 2x = 0$

$\therefore y = 2x$

এখান প্রত্যেক $x \in B$ এর জন্য $y = 2x$ বের করি

x	-2	-1	0	1	2
y = 2x	-4	-2	0	2	4

এখানে, $-4, 4 \notin B$

$\therefore (-2, 4) \notin S$ এবং $(2, 4) \notin S$

$\therefore S = \{(-1, -2), (0, 0), (1, 2)\}$

এবং S এর ডোমেন$= \{-1, 0, 1\}$ **(ANSWER)**

প্রশ্ন ৩:

সার্বিক সেট $U = \{1, 2, , 3, 4, b, c. d\}$

$M = \{x \in N: x^2 \geq 8$ এবং $x^4 \leq 256$

$N = \{y: y^2 - (c+d)y + cd = 0\}$ এবং $f = \frac{5x-7}{2x-3}$

ক. $A = \{11, 20\}, B = \{20, a\}$ হলে $P(A \cap B)$ নির্ণয় কর।

খ. উদ্দীপকের আলোকে দেখাও যে, $(M \cup N)' = M' \cap N'$

গ. উদ্দীপকের আলোকে $\frac{f(x^{-1})+2}{f(x^{-1})-1} = 3$ হলে x এর মান নির্ণয় কর।

৩ নং প্রশ্নের উত্তর

ক. দেওয়া আছে, $A = \{11, 20\}, B = \{20, a\}$

$\therefore A \cap B = \{11, 20\} \cap \{20, a\} = \{20\}$

$\therefore P(A \cap B) = \{\{20\}, \Phi\}$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে,

$M = \{x \in N: x^3 \geq 8$ এবং $x^4 \leq 256\}$

স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহ: $1, 2, , 3, 4, \dots \dots$

এখন,

$x = 1$ হলে,$x^3 = 1^3 = 1 \ngtr 8$ এবং $x^4 = 1^4 = 1 < 256$

$x = 2$ হলে,$x^3 = 2^3 = 8 = 8$ এবং $x^4 = 2^4 = 16 < 256$

$x = 3$ হলে, $x^3 = 3^3 = 27 > 8$ এবং $x^4 = 2^4 = 81 < 256$

$x = 4$ হলে,$x^3 = 4^3 = 64 > 8$ এবং $x^4 = 4^4 = 256 = 256$

$x = 5$ হলে, $x^3 = 5^3 = 125 > 8$ এবং $x^4 = 5^4 = 625 \nless 256$

$\therefore$শর্তানুসারে গ্রহনযোগ্য স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহ $2, 3, 4$

$\therefore M = \{2, 3, 4\}$

আবার, $N = \{y: y^2 - (c + \text{d})\text{y} + \text{cd} = 0\}$

এখন, $y^2 - (c+d)y + cd = 0$

বা, $y^2 - cy + dy + cd = 0$

বা, $y(y-c) - d(y-c) = 0$

বা, $(y-c)(y-d) = 0$

বা, $(y-c)(y-d) = 0$

হয়, $y - c = 0$ অথবা, $y - d = 0$

হয়, $y = c$ বা, $y = d$

$\therefore N = \{c, d\}$

এখানে, $M \cup N = \{2,3,4\} \cup \{c,d\}$

$= \{2,3,4,c,d\}$

$\therefore (M \cup N)' = U - (M \cup N)$

$= \{1,2,3,4,b,c,d\} - \{2,3,4,c,d\} = \{1,b\}$

আবার, $M' = U - M$

$= \{1,2,3,4,b,c,d\} - \{2,3,4\} = \{1,b,c,d\}$

এবং $N' = U - N$

$= \{1,2,3,4,b,c,d\} - \{c,d\} = \{1,2,3,4,b\}$

$\therefore M' \cap N' = \{1,b,c,d\} \cap \{1,2,3,4,b\} = \{1,b\}$

$\therefore (M \cup N)' = M' \cap N'$ **(দেখানো হলো)**

গ. দেওয়া আছে,

$$f(x) = \frac{5x-7}{2x-3}$$

$$\therefore f(x^{-1}) \frac{5.x^{-1}-7}{2.x^{-1}-3} = \frac{\frac{5}{x}-7}{\frac{2}{x}-3} = \frac{\frac{5-7x}{x}}{\frac{2-3x}{x}} = \frac{5-7x}{2-3x}$$

এখন, $\frac{f(x^{-1})+2}{f(x^{-1})-1} = 3$

বা, $\frac{\frac{5-7x}{2-3x}+2}{\frac{5-7x}{2-3x}-1} = 3$

বা, $\frac{\frac{5-7x+4-6x}{2-3x}}{\frac{5-7x-2+3x}{2-3x}} = 3$

বা, $\frac{9-13x}{3-4x} = 3$

বা, $9 - 13x = 9 - 12x$

বা, $-13x + 12x = 9 - 9$

বা, $-x = 0$

$\therefore x = 0$ **(Ans.)**

প্রশ্ন 8:

$f(x) = x^4 + 3x^3 + ax^2 - 3x - 4 + a$ এবং $g(p) = \frac{3p^2-p^3-1}{p(p-1)}$

ক. $g(-1)$ এর মান নির্ণয় কর।

খ. a এর মান কত হলে $f(-2) = 0$ হবে তা নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর যে, $g\left(\frac{1}{p}\right) = g(1-p)$

8 নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $g(p) = \frac{3p^2-p^3-1}{p(p-1)}$

$g(-1) = \frac{3(-1)^2-(-1)^3-1}{-1(-1-1)}$

$= \frac{3.1+1-1}{-1(-2)} = \frac{3}{2}$ **(Ans.)**

খ. দেওয়া আছে, $f(x) = x^4 + 3x^3 + ax^2 - 3x - 4 + a$

$\therefore f(-2) = (-2)^4 + 3(-2)^3 + a(-2)^2 - 3(-2) - 4 + a$

$= 16 - 24 + 4a + 6 - 4 + a$

$= 22 - 28 + 5a = 5a - 6$

যেহেতু, f(-2)=0

সুতরাং 5a-6=0

বা, 5a=6

$\therefore a = \frac{6}{5}$

$\therefore$ a এর মান $\frac{6}{5}$ (Ans.)

গ। দেওয়া আছে, $g(p) = \frac{3p^2-p^3-1}{p(p-1)}$

বামপক্ষ $= g(\frac{1}{p}) = \frac{3\left(\frac{1}{p}\right)^2-\left(\frac{1}{p}\right)^3-1}{\frac{1}{p}\left(\frac{1}{p}-1\right)}$

$= \frac{3\frac{1}{p^2}-\frac{1}{p^3}-1}{\frac{1}{p^2}-\frac{1}{p}}$

$= \frac{\frac{3p-1-p^3}{p^3}}{\frac{1-p}{p^2}}$

$= \frac{3p-p^3-1}{p^3} \times \frac{p^2}{1-p}$

$= \frac{3p-p^3-1}{p(1-p)}$

ডানপক্ষ $= g(1-p)$

$= \frac{3(1-p)^2-(1-p)^3-1}{(1-p)(1-p-1)}$

$= \frac{3(1-2p+p^2)-(1-3p+3p^2-p^3)-1}{(1-p)(-p)}$

$$= \frac{3-6p+3p^2-1+3p-3p^2+p^3-1}{-p(1-p)}$$

$$= \frac{1-3p+p^3}{-p(1-p)}$$

$$= \frac{-(3p-p^3-1)}{-p(1-p)}$$

$$= \frac{3p-p^3-1}{p(1-p)}$$

$\therefore g\left(\frac{1}{p}\right) = \mathrm{g}(1-\mathrm{p})$ **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ৫:

(i) $A = \{x \in \mathbb{Z}: 1 \le x^2 \le 7\}$ এবং $R = \{(x, y): x \in A, y \in A$ এবং $y - 2x - 1 = 0\}$

(ii) $f(x) = \frac{1}{x-1}$

ক. যোগ কর : $2.30\dot{4} + 2.0\dot{2}\dot{5}$

খ. উদ্দীপকের আলোকে (i) নং থেকে R এর রেঞ্জ নির্ণয় কর ।

গ. (ii) নং হতে দেখাও যে,

$$f(m) - f(n) \neq f\left(\frac{mn}{n-m}\right)$$

৫ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $2.30\dot{4} = 2.304\dot{4}$

$2.0\dot{2}\dot{5} = 2.025\dot{2}$

$4.329\dot{6}$

$\therefore$ যোগফল $= 4.32\dot{9}\dot{6}$ **(Ans.)**

খ. $A = \{x \in Z: 1 \leq x^2 \leq 7\}$

$\therefore A = \{\pm1, \pm2\}$

$R = \{(x, y): x \in A, y \in A$ এবং $y - 2x - 1 = 0\}$

$\therefore y = 2x + 1$

$x = -1$ হলে, $y = -2 + 1 = -1,\ y \in A$

$x = 1$ হলে, $y = 2 + 1 = 3,\ y \notin A$

$x = -2$ হলে, $y = -4 + 1 = -3,\ y \notin A$

$x = 2$ হলে, $y = 4 + 1 = 5,\ y \notin A$

$\therefore R = \{(-1, -1)\}$

R এর রেঞ্জ $= \{-1\}$**(Ans.)**

গ. এখানে, $f(x) = \frac{1}{x-1}$

$f(m) = \frac{1}{m-1}$

$f(n) = \frac{1}{n-1}$

এবং $f\left(\frac{mn}{n-m}\right) = \frac{1}{\frac{mn}{n-m}-1} = \frac{1}{\frac{mn-n+m}{n-m}} = \frac{n-m}{mn-n+m}$

আবার, $f(m) - f(n) = \frac{1}{m-1} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-m+1}{(m-1)(n-1)}$

$$= \frac{n-m}{mn-n-m+1}$$

$\therefore f(m) - f(n) \neq f\left(\frac{mn}{n-m}\right)$ **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন-৬

$A = \{1, 2, 3\}$ এবং $B = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 15$এবং $x^3 < 200\}$, C={3, 5, 6} এবং $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A$ এবং $y = x + 1\}$

ক. B সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

খ. R কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং ডোম R ও রেঞ্জ R নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর যে, $A\backslash(B \cup C) = (A\backslash B) \cap (A\backslash C)$

৬ নং প্রশ্নের সমাধান

ক. দেওয়া আছে, $B = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 15$ এবং $x^3 < 200\}$

স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots\}$

$x = 3$ হলে, $x^2 = 9 < 15$ এবং $x^3 = 3^3 = 27 < 200$

$x = 4$ হলে, $x^2 = 16 > 15$ এবং $x^3 = 4^3 = 64 < 200$

$x = 5$ হলে, $x^2 = 25 > 15$ এবং $x^3 = 5^3 = 125 < 200$

$x = 6$ হলে, $x^2 = 36 > 15$ এবং $x^3 = 6^3 = 216 > 200$

$\therefore$ নির্ণেয় সেট, B={4, 5}

খ. দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$

এবং $R = \{(x, y): x \in A, y \in A$ এবং $y = x + 1\}$

এবং, প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y \in A$ নির্ণয় করি।

x	1	2	3
y	2	3	4

যেহেতু, $4 \notin A$, কাজেই $(3, 4) \notin \mathrm{R}$

∴ R={(1, 2), (2, 3)} (Ans.)

∴ ডোম R={1, 2} এবং রেঞ্জ R={2, 3} **(Ans.)**

গ. দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}; B = \{4, 5\}$ ['ক' হতে]

C={3, 5, 6}

এখানে, B∪C={4, 5}∪{3, 5, 6}={3, 4, 5, 6}

∴ A\(B∪C)={1, 2, 3}-{3, 4, 5, 6}={1, 2}

আবার, A\B={1, 2, 3}-{4, 5}={1, 2, 3}

এবং A\C={1, 2, 3}-{3, 5, 6}={1, 2}

∴ (A\B)∩(A\C)={1, 2, 3}∩{1, 2}={1, 2}

∴ A\(B∪C)=(A\B)∩(A\C) **(প্রমাণিত)**

SOLVED MCQ

১। নিচের কোনটি অসীম সেট?

(ক) $\{3, 5, 7\}$

(খ) $\{1, 2, 2^2 \ldots\ldots, 2^{10}\}$

(গ) $\{x: x$স্বাভাবিক সংখ্যা এবং $x < 41\}$

(ঘ) ✓ $\{3, 3^2, 3^3 \ldots\ldots\ldots\ldots.\}$

ব্যাখাঃ $\{3, 3^2, 3^3 \ldots\ldots\ldots\ldots.\}$ সেটটি অসীম সেট।

সসীম সেটঃ যে সেটে উপাদানের সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ করা যায়, সে সেটকে সসীম সেট বা সান্ত সেট বলা হয় ।

অসীম সেটঃ যে সেটে উপাদানের সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ করা যায় না, সে সেটকে অসীম সেট বা অনন্ত সেট বলা হয় ।

(ক) অপশনের সেটটিঃ
$\{3, 5, 7\}$ সেটের উপাদান সংখ্যা 3.
∴ সেটটির উপাদান সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ করা যায়।

সুতরাং $\{3, 5, 7\}$ একটি সসীম সেট।

(খ) অপশনের সেটটিঃ
$\{1, 2, 2^2, \ldots\ldots\ldots\ldots, 2^{10}\}$সেটটির পরিপূর্ণরূপ হলো $\{1, 2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7, 2^8, 2^9, 2^{10}\}$
∴ সেটটির উপাদান সংখ্যা যেহেতু উপাদানসংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ করা যায় ।

সুতরাং $\{1, 2, 2^2, \ldots\ldots\ldots\ldots, 2^{10}\}$ একটি সসীম সেট।

(গ) অপশনের সেটটিঃ
$\{x: x$ স্বাভাবিক সংখ্যা এবং $x < 41\}$ সেটটির উপাদান হলো সেসব স্বাভাবিক সংখ্যা যারা 41 থেকে ছোট। এরূপ সংখ্যা মোট 40টি(1 থেকে 40)। যেহেতু সেটটির উপাদান সংখ্যা নির্দিষ্ট সুতরাং এটি একটি সসীম সেট।

(ঘ) অপশনের সেটটিঃ
$\{3, 3^2, 3^3, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\}$সেটে অসংখ্য উপাদান আছে যা গণনা করে নির্ধারণ করা যায় না।
সুতরাং একটি অসীম সেট।

২। অসীম সেট নিচের কোনটি?

(ক) $\{x \in N : x < 4\}$

(খ) ✓ $\{x \epsilon Z : x < 4\}$

(গ) { x মৌলিক সংখ্যা : $x < 4$}

(ঘ) { x স্বাভাবিক জোড় সংখ্যা $x < 4$}

ব্যাখ্যাঃ $\{x \in Z: x < 4\}$সেটটি অসীম সেট

(খ) অপশনের সেটটিঃ $\{x \in Z: x < 4\}$ সেটটির উপাদান হলো সেসব স্বাভাবিক সংখ্যা যারা 4 থেকে ছোট। এরূপ স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হলো = 1,2,3;

সুতরাং সেটটি হবে, {1, 2, 3} যার উপাদান সংখ্যা গণনা করে নির্ধারণ করা যায়। অর্থাৎ, এটি অসীম সেট।

৩। $\{x \in N: 5 \leq x < 6\}$এর তালিকারূপ কোনটি?

(ক) φ (খ) {5} (গ) {6} (ঘ) {5, 6}

ব্যাখ্যাঃ $\{x \in N: 5 \leq x < 6\}$ সেটের উপাদান হলো সেসব স্বাভাবিক সংখ্যা যারা 5 এর ছোট নয় কিন্তু 6 থেকে ছোট। এরূপ একমাত্র স্বাভাবিক সংখ্যা হলো, 5।

সুতরাং, সেটটির তালিকারূপ, {5}।

৪। $A = \{x \in N: 1 < x < 10\}$, সেটের অন্তর্গত মৌলিক সংখ্যাগুলোর সেট কোনটি?

(ক) $\{1, 2, 5, 10\}$ (খ) {2, 4, 6, 8} (গ) {3, 5, 7, 9} (ঘ) {2, ,3 5, 7}

ব্যাখ্যাঃ $A = \{x \in N: 1 < x < 10\}$;

A সেট হলো সেসব স্বাভাবিক সংখ্যা যেগুলো 1 থেকে বড় কিন্তু 10 থেকে ছোট। এরূপ স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হলো- 2, 3, 4, 5, ,6 ,7 8, ,9।

অর্থাৎ A সেটের উপাদানগুলো হলো- 2, 3, 4, 5, ,6 ,7 8, ,9।

এখন, A সেটের উপাদানগুলোর মধ্যে মৌলিক সংখ্যা হলো- 2, 3, 5, 7।

সুতরাং, A সেটের উপাদানগুলোর মধ্যে মৌলিক সংখ্যাগুলোর সেট- {2, 3, 5, 7}

৫। $C = \{y: y \in N$ এবং $5 \leq y \leq 10\}$ সেটটি তালিকা পদ্ধতিতে নিচের কোনটি?

(ক) {5, 6, 7, 8, 9, 10} (খ) {6, 7, 8, ,9} (গ) {5, 6, 7, 8, 9} (ঘ) {6, 7, 8, ,9 10}

ব্যাখ্যাঃ দেওয়া আছে, $C = \{y: y \in N$ এবং $5 \leq y \leq 10\}$ শর্তানুসারে y হল সেসব স্বাভাবিক সংখ্যা যারা 5 এর ছোট নয় এবং 10 এর বেশি নয়। (অন্যভাবে বললে, y হলো সেসব সংখ্যা যারা 5 এর সমান বা বড় এবং 10 এর সমান বা ক্ষুদ্রতর।)

এরূপ স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হলোঃ 5, 6, 7, 8, 9, 10

৬। $\{x \in N: 6 < x < 7\}$ =কত?

(ক) ∅ (খ) {6} (গ) {7} (ঘ) {6, 7}

ব্যাখ্যাঃ $\{x \in N: 6 < x < 7\}$ সেটটির উপাদান হবে সেসব স্বাভাবিক সংখ্যা যেগুলো 6 থেকে বড় কিন্তু 7 থেকে ছোট। কিন্তু 7 থেকে ছোট আর কোনো স্বাভাবিক সংখ্যা নেই বিধায় বর্ণিত সেটটি হতে ফাঁকা ∅ সেট।

৭। $A = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$হলে 3 এর গুণিতকগুলো দ্বারা গঠিত A সেটের উপসেট কোনটি?

(ক) $\{6, 9, 12\}$ (খ) {9., 12, 15} (গ) {6, 11} (ঘ) {3, 6}

ব্যাখ্যাঃ A সেটের উপাদানগুলোর মধ্যে তথা 6 হতে 13 এর মধ্যবর্তী 3 এর গুণিতকগুলো হলোঃ 6, 9 ও 12।

উপসেটঃ কোনো সেটের উপাদানগুলো দিয়ে যতগুলো সেট গঠন করা যায়, এদের প্রত্যেকটি সেটকে ঐ সেটের উপসেট বলা হয়।

(ক) নং অপশন 3 এর গুণিতক দ্বারা গঠিত A এর উপসেট, কারণ 6, 9, 12 প্রত্যেকটি উয়াপদানই A সেটের অন্তর্ভুক্ত এবং প্রত্যেকটি 3 এর গুণিতক।

(খ) নং অপশন 3 এর গুণিতক দ্বারা গঠিত হলেও A এর উপসেট নয়, কারণ 15 উপাদানটি A সেটের অন্তর্ভুক্ত নয়।

(গ) নং অপশন A সেটেড় উপসেট হলেও 11 সংখ্যাটি 3 এর গুণিতক নয়।

(ঘ) নং অপশন A সেটের উপসেট নয়, কারণ 3 উপাদানটি A সেটের অন্তর্ভুক্ত নয়।

৮। কোনো সেটের উপাদান সংখ্যা 3 হলে তার উপসেট সংখ্যা কত?

(ক) 3 (খ) 6 (গ) 8 (ঘ) 9

ব্যাখ্যাঃ কোনো সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে তার উপসেটের সংখ্যা 2^n

∴ উপাদান সংখ্যা 3 হলে $2^3 = 8$

৯। A= { 1, 2, 3, ,4, 5, 6 } এর কয়টি উপসেট আছে?

(ক) 32টি (খ) 36 টি (গ) 48 টি (ঘ) 64 টি

ব্যাখ্যাঃ কোনো সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে তার উপসেটের সংখ্যা 2^n

A সেটের উপাদান সংখ্যা, n= 6

$\therefore$ A সেটের উপসেট সংখ্যা $= 2^n = 2^6 = 64$টি

১০। U সেটের উপসেট সংখ্যা 64 হলে, U এর সদস্য সংখ্যা কত?

(ক) 2 (খ) 4 (গ) 5 (ঘ) 6

ব্যাখ্যাঃ আমরা জানি, একটি সেটে n সংখ্যক উপাদান থাকলে তার মোট উপসেট সংখ্যা হবে 2^n।

ধরি, U সেটের উপাদান সংখ্যা n, তাহলে উপসেট সংখ্যা = 2^n

প্রশ্নমতে, $2^n = 64$

বা, $2^n = (2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)$

বা, $2^n = 2^6$

$\therefore n = 6$

সুতরাং, U সেটের সদস্য সংখ্যা 6।

১১। যদি A সেট B সেটের প্রকৃত উপসেট হয়, তবে কোন সম্পর্কটি সঠিক?

(ক) $A \subsetneq B$ (খ) $A \subseteq B$ (গ) A \ B (ঘ) $A \not\subset B$

ব্যাখ্যাঃ প্রকৃত উপসেট (Proper Subset): একটি সেটের কোনো উপসেট যদি এমন হয় যে এর উপাদানগুলোতে মূলসেটের অন্তত একটি উপাদান অনুপস্থিত, তাহলে উপসেটটিকে ঐ সেটের প্রকৃত উপসেট বলে ।

যদি A সেট B সেটের প্রকৃত উপসেট হয় তবে, $A \subset B$ প্রকাশ করা হয়।

এখানে, $A \subsetneq B$ দ্বারা বোঝা যায় যে, $A \subset B$ এবং $A \neq B$ । অর্থাৎ, A হলো B এর উপসেট এবং এগুলো সমান নয়। তথা A উপসেটে অন্তত B সেটের একটি উপাদান অনুপস্থিত। সুতরাং, A হলো B এর প্রকৃত উপসেট।

অর্থাৎ $A \subsetneq B$ দ্বারা A সেট B এর প্রকৃত উপসেট ব্যঝানো হয়েছে।

১২। কোনটি U = {1, 2, 3, 4} এর উপসেট কিন্তু প্রকৃত উপসেট নয় ?

(ক) {1, 2} (খ) {1, 2, 3} (গ) {1} (ঘ) {4, 3, 2, 1}

ব্যাখ্যাঃ {4, 3, 2 ,1} উপসেটটি U সেটের প্রকৃত উপসেটে নয়। প্রকৃত উপসেট হতে হলে, উপসেটে মূল সেটের অন্তত একটি উপাদান অনুপস্থিত থাকতে হবে। কিন্তু {4, 3, 2 ,1} উপসেটটিতে U সেটের সব উপাদানই উপস্থিত। তাই এটি U সেটের উপসেট হলেও প্রকৃত উপসেট নয়।

১৩। X = (a, b, c) হলে x এর প্রকৃত উপসেট কয়টি?

(ক) 3 (খ) 6 (গ) 7 (ঘ) 8

ব্যাখ্যাঃ কোনো সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে ঐ সেটের প্রকৃত উপসেট সংখ্যা হবে = $2^n - 1$

এখানে, X = (a, b, c)

অর্থাৎ, X সেটের উপাদান সংখ্যা n = 3টি

∴ X সেটের প্রকৃত উপসেট সংখ্যা $= 2^n - 1 = 2^1 - 1 = 8 - 1 = 7$

১৪। M = {1, 2, ,3} এর প্রকৃত উপসেট কয়টি?

(ক) 3 (খ) 6 (গ) 7 (ঘ) 8

১৫। A = {a, b, c, d} হলে, A এর প্রকৃত উপসেট কতটি ?

(ক) 4 (খ) 14 (গ) 15 (ঘ) 16

ব্যাখ্যাঃ কোনো সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে ঐ সেটের প্রকৃত উপসেট সংখ্যা হবে = $2^n - 1$

এখানে, A = {a, b ,c, d}

অর্থাৎ, A সেটের উপাদান সংখ্যা n = 4টি

∴ A সেটের প্রকৃত উপসেট সংখ্যা $= 2^n - 1 = 2^4 - 1 = 16 - 1 = 15$

১৬। $A = \{1, 2, 3, 4\}$ এবং $B = \{2, 3\}$ হলে, $A\backslash B$ নিচের কোনটি সমান?

(ক) {2, 3} (খ) {1, 2} (গ) {2, 4} (ঘ) {1 ,4} ✓

ব্যাখ্যাঃ দেওয়া আছে,

$A = \{1, 2, 3, 4\}$

$B = \{2, 3\}$

$A\backslash B = \{1, 2, 3, 4\}\backslash \{2, 3\} = \{1, 4\}$

১৭। U সার্বিক সেট হলে, নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) $A = \{x: x \in U$ এবং $x \in A\}$ ✓ (খ) $A' = \{x: x \in U$ এবং $x \in A\}$

(গ) $A = \varphi$ (ঘ) $A' = U$

ব্যাখ্যাঃ সার্বিক সেটঃ আলোচনা সংশ্লিষ্ট সকল সেট যদি একটি নির্দিষ্ট সেটের উপসেট হয়, তবে ঐ নির্দিষ্ট সেটকে এর উপসেটগুলোর সাপেক্ষে সার্বিক সেট বলা হয়।

এখানে আলোচোনাধীন সেট A হলে তা সার্বিক সেট U এর উপসেট হবে, সেক্ষেত্রে $A = \{x: x \epsilon U$ এবং $x \epsilon A\}$

১৮। আলোচনা সংশ্লিষ্ট সকল সেট যদি একটি নির্দিষ্ট সেটের উপসেট হয়, তবে ঐ নির্দিষ্ট সেটকে এর উপসেটগুলোর সাপেক্ষে কী বলা হয় ?

(ক) উপসেট (খ) পূরক সেট

(গ) সার্বিক সেট ✓ (ঘ) শক্তি সেট

১৯। B সেটের পূরক সেট কোনটি ?

(ক) $B' = U \cap B$ (খ) $B' = B\backslash U$ (গ) $B' = U \cup B$ (ঘ) $B' = U\backslash B$ ✓

ব্যাখ্যাঃ পূরক সেটঃ U সার্বিক সেট এবং B সেটটি U এর উপসেট হলে, B সেটের বহির্ভূত সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেটকে B সেটের পূরক সেট বলে। একে B'বা B^c দ্বারা প্রকাশ করা হয়, গাণিতিকভাবে, $B' = U\backslash B$ বা $B^c = U\backslash B$

২০। $A = \emptyset, B = \{a\}$ হলে, $A \cup B =$ কত ?

ক) $\emptyset$ খ) $\{\emptyset\}$ গ) $\{a\}$ ঘ) $\{a, \emptyset\}$

ব্যাখ্যা : $A = \emptyset, B = \{a\}$

$\therefore A \cup B = \emptyset \cup \{a\} = \{a\}$

Note : ফাঁকা সেট $\emptyset$ বা { } প্রত্যেক সেটের উপসেট। অন্য কথায় বলতে গেলে প্রত্যেক সেটের মধ্যে ফাঁকা সেট বিদ্যমান আছ। এখানে {a} সেটটিতে আপাততভাবে ফাঁকা সেট নেই মনে হলেও এতে ফাঁকা সেট বিদ্যমান আছে।

২১। $B = \{1, a, b\}$ এবং C={2, b, c} হয়, তবে B∩C= কত ?

ক) $\{b\}$ খ) $\{1, a, b\}$ গ) $\{2, b, c\}$ ঘ) $\{1, 2, a, b, c\}$

ব্যাখ্যা : $B \cap C = \{1, a, b\} \cap \{2, b, c\} = \{b\}$

উল্লেখ্য $B \cup C = \{1, a, b\} \cup \{2, b, c\} = \{1, 2, a, b, c\}$

২২। A={সাকিব, মুশফিক, তামিম} এবং B={মুশফিক, মাশরাফি, তামিম} হলে, A∩B এর মান কত ?

ক) {সাকিব, তামিম} খ) {মাশরাফি, মুশফিক} গ) {মুশফিক, তামিম} ঘ) {তামিম মাশরাফি}

ব্যাখ্যা : A ∩ $B =$ {সাকিব, মুশফিক, তামিম} ∩ {মুশফিক, মাশরাফি, তামিম}

= {মুশফিক, তামিম}

২৩। $A = \{x : x \geq 5\}, B = \{x : x \leq 5\}$ হলে, $A \cap B =$ কত ?

ক) $\emptyset$ খ) { } গ) $\{x : x \neq 5\}$ ✓ঘ) $\{5\}$

ব্যাখ্যা : এখানে, $A = \{x : x \geq 5\}$ অর্থাৎ A হল 5 এর চেয়ে ছোট নয় এমন সংখ্যাগুলোর সেট। ∴A={5, 6, 7 ....}

$\therefore\ B = \{5, 4, 3, 2 \ldots \ldots \ldots .\}$

$\therefore\ A \cap B = \{5, 6, 7, \ldots \ldots \ldots\} \cap \{5, 4, 3, 2, \ldots \ldots \ldots ..\} = \{5\}$

২৪। $P = \{x \in N : 2 < x \leq 6\}$ এবং $Q = \{x \in \mathbb{N} : x$ জোড় সংখ্যা এবং $x \leq 8$ হলে, P∩Q= কত ?

ক) $\{2, 4, 6, 8\}$ খ) $\{\ 4, 8\ \}$ ✓গ) $\{4, 6\}$ ঘ) $\{2, 4, 6\}$

ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, $P = \{x \in N : 2 < x \leq 6\}$

P হলো সেসব স্বাভাবিক সংখ্যার সেট যেগুলো 2 থেকে বড় কিন্তু 6 এর ছোট বা সমান। এরূপ স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হলো =3, 4, 5, 6 .

∴ P={3, 4, 5, 6}

আবার, $Q = \{x \in \mathbb{N} : x$ জোড় সংখ্যা এবং $x \leq 8\}$

Q হলো সেসব স্বাভাবিক জোড় সংখ্যা যেগুলো 8 এর ছোট বা সমান। এরূপ স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হলো =2, 4, 6, 8 .

∴ Q={2, 4, 6, 8}

∴ P∩Q ={3, 4, 5, 6}∩{2, 4, 6, 8}={4, 6}

২৫। $\emptyset$ কোন ধরনের সেট ?

ক) কোনো সেট নয় ✓খ) ফাঁকা সেট

গ) পূরক সেট ঘ) ফাঁকা সেতের Power (পাওয়ার) সেট

২৬। $A = \{\ \}$ হলে, P(A)- এর উপাদান সংখ্যা কয়টি হবে ?

ক) 0 খ) 1 টি গ) 2 টি ঘ) 3 টি

ব্যাখ্যা : A একটি ফাঁকা সেট তাই এর শক্তিসেট P(A) এর উপাদান সংখ্যা, 1 .

২৭। $R = \{x \in N: 3 < x \leq 6\}$ হলে P(R) এর উপাদান সংখ্যা কত ?

ক) 2 খ) 3 গ) 4 ঘ) 8

ব্যাখ্যা : $R = \{x \in N: 3 < x \leq 6\}$

অর্থাৎ 3 থেকে বড় এবং 6 এর সমান অথবা 6 থেকে ছোট স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হলো R সেটের উপাদান।

$\therefore\ R = \{4, 5, 6\}$

$\therefore\ P(R) = \{\{4, 5, 6\}, \{4, 5\}, \{5, 6\}, \{4, 6\}, \{4\}, \{5\}, \{6\}, \emptyset\ \}$

P(R) এর উপাদান সংখ্যা=8 টি।

বিকল্প পদ্ধতিঃ (মেধা বিকাশের জন্য)

কোন সেটের উপাদান সংখ্যা যদি n হয় তবে ঐ সেটের শক্তি সেটের সদস্য সংখ্যা হবে 2^n

এখানে, R এর উপাদান সংখ্যা 3 টি।

$\therefore$ R এর শক্তি সেট P(R) এর উপাদান সংখ্যা হবে $2^3 = 8$ টি।

Note : এক্ষেত্রে, প্রশ্নটি ত্রুটিপূর্ণ। প্রশ্নানুসারে, $R = \{x \in \mathbb{R}: 3 < x \leq 6\}$। এখানে $x \in R$ এর স্থলে $x \in \mathbb{N}$ ধরে সমাধান দেওয়া হলো। $x \in R$ হলে, 3 অপেক্ষা বড় ও 6 এর সমান অথবা 6 থেকে ছোট অসংখ্য বাস্তব সংখ্যা রয়েছে। তাই সেক্ষেত্রে প্রশ্নটির সঠিক উত্তর সম্ভব নয়।

২৮। সেট A={a, b, c} হলে P(A) এর উপাদান সংখ্যা কত ?

ক) 8 খ) 10 গ) 12 ঘ) 16

২৯। সেট A={1, 2, 3} হলে P(A) এর উপাদান সংখ্যা কত ?

ক) 3 খ) 6 গ) 8 ঘ) 10

৩০। সেট A={a, b, c} এবং B={b, c} হয়, তবে P(A\B) এর উপাদান সংখ্যা কয়টি ?

ক) 8 খ) 4 গ) 2 ঘ) 1

ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে,

$A = \{a, b, c\}$

$B = \{b, c\}$

$\therefore A\backslash B = \{a, b, c\} - \{b, c\} = \{a\}$

$\therefore P(A\backslash B) = \{\{a\}, \{\ \}\}$

অর্থাৎ, $P(A\backslash B)$ এর উপাদান সংখ্যা, 2

৩১। যদি $A = \{a, b, c\}$ ও $B = \{d, e, f\}$ হয়, তবে P(A-B) এর সদস্য সংখ্যা কত ?

ক) 9 খ) 8 গ) 7 ঘ) 6

ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, $A = \{a, b, c\}$

$B = \{d, e, f\}$

$\therefore A - B = \{a, b, c\} - \{d, e, f\} = \{a, b, c\}$

$\therefore P(A - B) = \{\{a, b, c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \emptyset\}$

অর্থাৎ, উপাদান সংখ্যা, ৪ টি।

অন্যভাবে, (A-B) এর উপাদান সংখ্যা, n=3

∴P(A-B) এর উপাদান সংখ্যা, $2^n = 2^3 = 8$

৩২। কোনো সেটের শক্তি সেটের উপাদান সংখ্যা 32 হলে, ওই সেটের উপাদান সংখ্যা কত ?

ক) 2 খ) 3 গ) 5 ✓ ঘ) 32

ব্যাখ্যা : আমরা জানি, কোনো সেটের উপাদান সংখ্যা, n হলে এর শক্তি সেটের উপাদান সংখ্যা $= 2^n$

প্রশ্নমতে, $2^n = 32$

বা, $2^n = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

বা, $2^n = 2^5$

∴ n=5

অর্থাৎ, সেটটির উপাদান সংখ্যা, 5 ।

৩৩। A={3, 4, 5}, B={4, 5, 6} হলে P(A∩B)= ?

ক) $\{\{4,5\},\{4\},\{5\},\emptyset\}$ ✓ খ) $\{\{4\},\{5\}\ \emptyset\}$ গ) $\{\{4,5\},\{4\}\}$ ঘ) $\{\{4,5\},\{4\},\{5\}\}$

ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, A={3, 4, 5}

$B = \{4,5,6\}$

$\therefore A \cap B = \{3,4,5\} \cap \{4,5,6\} = \{4,5\}$

$\therefore P(A \cap B) = \{\{4,5\},\{4\},\{5\},\emptyset\}$

৩৪। $(2a+b,3)=(6,a-b)$ হলে $(a,b)=$ কত ?

ক) $(2,2)$ খ) $(3,0)$ গ) $(6,3)$ ঘ) $(1,4)$

ব্যাখ্যা : $(2a+b,3)=(6,a-b)$ হলে,

ক্রমজোড়ের শর্তানুসারে,

$2a+b=6 \ldots\ldots\ldots(1)$

এবং 3=a-b

বা, a-b=3 ....(2)

(1) ও (2) নং সমীকরণ যোগ করে পাই, $3a=9$

∴ a=3

[উভয় পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]

(1) নং সমীকরণে a=3 বসিয়ে পাই, $2\times3+b=6$

বা, $6+b=6$

বা, $b=6-6$

বা, $b=0$

$\therefore (a,b)=(3,0)$

৩৫। $(2x+3y,-4)=(10,3x-5y)$ হলে (x, y)= কত ?

ক) $(4,4)$ খ) $(3,4)$ গ) $(2,3)$ ঘ) $(2,2)$

ব্যাখ্যা : $(2x+3y,-4)=(10,3x-5y)$ হলে ক্রমজোড়ের শর্তানুসারে,

$2x+3y=10 \ldots\ldots\ldots(1)$ এবং $-4=3x-5y$

বা, $3x-5y=-4 \ldots\ldots(2)$

(1) নং সমীকরণকে 3 দ্বারা গুণ করে এবং (2) নং সমীকরণকে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$6x+9y=30$

$6x-10y=-8$

(-) করে $19y=38$

$\therefore y=\frac{38}{19}=2$

(1) নং সমীকরণে $y=2$ বসিয়ে পাই,

$2x+3\times 2=10$

বা, $2x+6=10$

বা, $2x=10-6$

বা, $2x=4$

বা, $x=\frac{4}{2}$

$\therefore x=2$

$\therefore (x,y)=(2,2)$ অতএব, প্রশ্নটির সঠিক উত্তর (ঘ)

৩৬। (3x+2y, 6)=(4, 2x-2y) উপরের ক্রমজোড় দ্বারা গঠিত সমীকরণ কোনগুলো ?

ক) $3x+2y=4,\ 2x-2y=6$ ✓

খ) $3x+2y=4,\ 2y-2x=6$

গ) $3x+2y=6,\ 2x-2y=4$

ঘ) $3x+2y=4,\ 3x-2y=6$

ব্যাখ্যা : (3x+2y, 6)=(4, 2x-2y) হলে ক্রমজোড়ের শর্তানুসারে,

3x+2y=4.......(1)

এবং 6=2x-2y

বা, 2x-2y=6..........(2)

∴ ক্রমজোড়টির দ্বারা গঠিত সমীকরণ , $3x+2y=4,\ 2x-2y=6$

৩৭। (x+y, 0)=(1, x-y) হলে (x, y)= এর মান নিচের কোনটি ?

ক) $(\frac{1}{2}, 2)$ খ) $(\frac{1}{2})$ গ) $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ঘ) $(2, 2)$

ব্যাখ্যা : (x+y, 0)=(1, x-y) হলে ক্রমজোড়ের শর্তানুসারে,

$x+y=1 \ldots\ldots\ldots(1)$ এবং $0=x-y$

বা, x-y=0.........(2)

(1) নং (2) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$2x=1$$

$$\therefore x=\frac{1}{2}$$

(1) নং সমীকরণে x এর মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{1}{2}+y=1$$

বা, $y=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

$\therefore (x,y)=(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$

৩৮। যদি $(p+5,-5)=(5,q-5)$ তবে $(p,q)=$ কত ?

ক) $(-10,10)$ খ) $(10,-10)$ গ) $(0,0)$ ঘ) $(1,1)$

ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে,

$(p+5,-5)=(5,q-5)$

এখন, ক্রমজোড়ের শর্তানুসারে,

$p + 5 = 5$ এবং $-5 = q - 5$

বা, $p = 5 - 5$ বা, $q = -5 + 5$

$\therefore p = 0$ $\therefore q = 0$

$\therefore (p, q) = (0, 0)$

৩৯। $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$ হলে, $A \times B =$ কত ?

ক) $\{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}$

খ) $\{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}$

গ) $\{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$

ঘ) $\{1, 3\}, (1, 4), \{2, 3\}, \{2, 4\}$

ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে , $A = \{1, 2\}$ এবং $B = \{3, 4\}$

$A \times B = \{1, 2\} \times \{3, 4\}$

$= \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$

৪০। A={3, 4, 5}, B={4, 6, 7} এবং C={x, y} হলে $(A \cap B) \times C =$ কত ?

ক) $(4, x)$

খ) $(4, y)$

গ) $\{(4, x), (4, y)\}$

ঘ) $\{(8, x), (8, y)\}$

ব্যাখ্যা : $A \cap B = \{3, 4, 5\} \cap \{4, 6, 7\} = \{4\}$

$\therefore (A \cap B) \times C = \{4\} \times \{x, y\} = \{(4, x), (4, y)\}$

উপরের তথ্যের আলোকে ** নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

$A = \{-1, 1, 2, 3\}$

এবং $B = \{x : x^2 - 2x - 3 = 0\}$

৪১। B সেটের উপাদানসমূহ হলো

ক) $1, 3$

খ) $-1, 3$

গ) $-3, 1$

ঘ) $-3, -1$

ব্যাখ্যা : $B = \{x : x^2 - 2x - 3 = 0\}$

এখানে , B সেট বর্ণনাকারী সমীকরণ,

$x^2 - 2x - 3 = 0$

বা, $x^2 - 3x + x - 3 = 0$

বা, $x(x - 3) + 1(x - 3) = 0$

বা, $(x - 3)(x + 1) = 0$

হয় $x - 3 = 0$ অথবা $x + 1 = 0$

$\therefore x = 3$ $\therefore x = -1$

$\therefore x = 3, -1; B$ সেটের উপাদান হলো : $-1, 3$

৪২। $A \cap B =$ কত ?

ক) $\{1, 2\}$ খ) $\{1, 3\}$ গ) $\{-1, 3\}$ ✓ ঘ) $\{-1, 2\}$

ব্যাখ্যা : $A = \{-1, 1, 2, 3\}$

B={-1, 3}

∴ A∩B={-1, 1, 2, 3}∩{-1, 3}

={-1, 3}

৪৩। $A \times B$ এর উপাদান সংখ্যা কত ?

ক) 4 খ) 5 গ) 6 ঘ) 8 ✓

ব্যাখ্যা : $A = \{-1, 1, 2, 3\}$

B={-1, 3}

$\therefore A \times B = \{-1, 1, 2, 3\} \times \{-1, 3\}$

$= \{(-1, -1), (-1, 3), (1, -1), (1, 3), (2, -1), (2, 3), (3, -1), (3, 3)\}$

$\therefore A \times B$ উপাদান সংখ্যা হলো ৪ টি

৪৪। $f(x) = x^2 - 2x + 3$ হলে $f\left(\frac{1}{2}\right)$ এর মান কত?

(ক) $-\frac{7}{4}$ (খ) $\frac{7}{4}$ ✔(গ) $\frac{9}{4}$ (ঘ) $\frac{11}{4}$

ব্যাখ্যা : এখানে, $f(x) = x^2 - 2x + 3$

$$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) = (\frac{1}{2})^2 - 2\left(\frac{1}{2}\right) + 3$$

$$= \frac{1}{4} - 1 + 3$$

$$= \frac{1}{4} + 2$$

$$= \frac{1+8}{4}$$

$$= \frac{9}{4}$$

৪৫। $f(x) = x^2 + 3x + 2$ হলে $f(-1)$ এর মান কত ?

(ক) -2 ✔(খ) 0 (গ) 1 (গ) 6

ব্যাখা: $f(x) = x^2 + 3x + 2$

$$= (-1)^2 + 3(-1) + 2$$

$$= 1 - 3 + 2$$

$$= -2 + 2$$

$$= 0$$

৪৬। $f(x) = x^2 - 3x + 5$ হলে $f(0)$ এর মান কত?

✔(ক) 5 (খ) 4 (গ) 3 (ঘ) 2

ব্যাখা : দেওয়া আছে,

$f(x) = x^2 - 3x + 5$

$\therefore\ f(0) = 0^2 - 3.0 + 5$

$= 5$

৪৭। $f(z) = z^4 + 5z^2 - 3$ হলে $f(-1)$ এর মান কত?

(ক) 3 ✓　　(খ) 1　　(গ) -7　　(ঘ) -9

ব্যাখা : দেওয়া আছে,

$f(-1) = (-1)^4 + 5(-1)^2 - 3$

$= 1 + 5 - 3$

$= 3$

৪৮। $f(x) = \frac{1+x^2+x^3}{x^2}$ হলে $f(-1)$ এর মান কত?

(ক) -3　　(খ) -1　　(গ) 1 ✓　　(ঘ) 3

ব্যাখা : দেয়া আছে,

$f(x) = \frac{1+x^2+x^3}{x^2}$

$\therefore\ f(-1) = \frac{1+(-1)^2+(-1)^3}{(-1)^2}$

$= \frac{1+1-1}{1}$

$= 1$

$= 1$

৪৯। $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$ হলে $f(0) =?$

(ক) -6　　(খ) -3 ✓　　(গ) -2　　(ঘ) 0

ব্যাখ্যা : দেয়া আছে,

$$f(x) = \frac{x-3}{x+1}$$

বা, $f(0) = \frac{0-3}{0+1}$

$= -3$

৫০। $f(x) = x^2 - 4x + 3$ এর মান 0 হলে x এর মান কত ?

(ক) 1 (খ) 4 (গ) 2 (ঘ) -2

ব্যাখ্যা : দেয়া আছে,

$f(x) = x^2 - 4x + 3$

$\therefore\ x^2 - 4x + 3 = 0$

বা, $x^2 - 3x - x + 3 = 0$

বা, $x(x-3) - 1(x-3) = 0$

বা, $(x-3)(x-3) = 0$

হয়,

$x - 3 = 0$

বা, $x = 3$

অথবা,

$x - 1 = 0$

বা, $x = 1$

$\therefore x = 1,3$

৫১। $f(x) = x^4 + 6x - 4$ হলে $f(-2)$ এর মান নিচের কোনটি?

(ক) 28 (খ) 24 (গ) 20 (ঘ) 0

ব্যাখ্যা : দেয়া আছে,

$f(x) = x^4 + 6x - 4$

$\therefore f(-2) = (-2)^4 + 6(-2) - 4$

$= 16 - 12 - 4$

$= 0$

৫২। $R = \{(x, y): x \in P, y \in Q$ এবং $y = 2x$ এ সম্পর্ক বিবেচনায় নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) $\{(2,4), (3,6)\}$ ✓

(খ) $\{(4,2), (6,3)\}$

(গ) $\{(3,4), (4,4)\}$

(ঘ) $\{(2,6), (4,6)\}$

ব্যাখ্যা : এখানে শুধুমাত্র ক নং অপশনেই $y = 2x$ সম্পর্কটি বিদ্যমান।

নিচের তথ্যের আলোকে ৯৯-১০১ .নং প্রশ্নের উত্তর দাও

$f(x) = mx^2 + n^2x$

৫৩। $f(3) = ?$

(ক) $6mn$ (খ) $3n^2$ (গ) $9m + 3n^2$ ✓ (ঘ) $9m^2 + n^2$

ব্যাখ্যা : $f(3) = m3^2 + n^2 3$

$= 9m + 3n^2$

৫৪। m এর কোন মানের জন্য $f(2) = 0$ হবে?

(ক) $-m^2$ (খ) $\frac{-m^2}{2}$ (গ) $\frac{n^2}{2}$ (ঘ) $\frac{-n^2}{2}$ ✓

ব্যাখ্যা : $f(x) = mx^2 + n^2x$

$f(2) = m.2^2 + n^2.2$

$= 4m + 2n^2$

$f(2) = 0$ হলে

বা, $4m + 2n^2 = 0$

বা, $4m = -2n^2$

বা, $m = \frac{-2n^2}{4}$

বা, $m = \frac{-n^2}{2}$

৫৫। $m = n^2$ হলে $f(1) = ?$

(ক) $2n$ (খ) $2n^2$ (গ) $2m^3$ (ঘ) $4n^2$

ব্যাখ্যা : $f(x) = mx^2 + n^2x$

$f(1) = n^2.1^2 + n^2.1$

$= n^2 + n^2$

$= 2n^2$

নিচের তথ্যের আলোকে ১০২-১০৩ নং প্রশ্নের উত্তর দাও

$f(x) = 3x^2 - 9$

৫৬। $f(2) = ?$

(ক) 2 (খ) 4 (গ) 0 (ঘ) 3

ব্যাখ্যা : $f(x) = 3x^2 - 9$

$\therefore f(2) = 3.2^2 - 9$

$= 3.2^2 - 9$

$= 3$

৫৭। x এর কোন মানের জন্য $f(x) = 6$ হবে?

(ক) ± 5 (খ) $\pm\sqrt{5}$ (গ) 3 (ঘ) 0

ব্যাখ্যা : $f(x) = 6$

বা, $3x^2 - 9 = 6$

বা, $3x^2 = 9 + 6$

বা, $3x^2 = 15$

বা, $x^2 = 5$

বা, $x = \pm\sqrt{5}$

৫৮। $f(x) = \frac{1+x^2+x^4}{x^2}$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক ?

(ক) $f(x) = f(x^2)$ (খ) $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$ (গ) $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x^2)$ (ঘ) $f(x^2) - f(x^2)$

ব্যাখ্যা : $f(x) = \frac{1+x^2+x^4}{x^2}$

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1+(\frac{1}{x})^2+(\frac{1}{x})^4}{(\frac{1}{x})^2}$$

$$= \frac{1+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x^4}}{\frac{1}{x^2}}$$

$$= \frac{\frac{1+x^2+x^4}{x^4}}{\frac{1}{x^2}}$$

$$= \frac{1+x^2+x^4}{x^2}$$

$\therefore f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$

৫৯। $R = \{(2,1),(2,2),(2,3)\}$ অন্বয়ের ডোমেন কত?

(ক) $\{2,3\}$ (খ) $\{2\}$ (গ) $\{1\}$ (ঘ) $\{3\}$

ব্যাখ্যা : R অন্বয়ের ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদান সমূহ 2,2,2

$\therefore$ R অন্বয়ের ডোমেন $= \{2\}$

$\therefore$ R অন্বয়ের রেঞ্জ $= \{1,2,3\}$

৬০। $S = \{(3,1),(3,2),(4,3),(5,4)\}$ অন্বয়টির ডোমেনগুলি হচ্ছে-

(ক) $\{3,3,4,5\}$ (খ) $\{1,2,3,4\}$ (গ) $\{2,3,4,5\}$ (ঘ) $\{3,4,5\}$ ✔

ব্যাখ্যা : কোনো ক্রমজোড়ের প্রথম উপাদান সমূহের সেটকে ডোমেন বলে।

S অন্বয়ের ক্রমজোড়ের প্রথম উপাদান সমূহ 3,3,4,5

∴ ডোমেন= $\{3,4,5\}$

৬১। $R = \{(2,1),(2,2),(3,2),(4,5)\}$ অন্বয়টির রেঞ্জ কত?

(ক) $\{1,2\}$ (খ) $\{1,2,5\}$ ✔ (গ) $\{2,3,4\}$ (ঘ) $\{2,3\}$

R অন্বয়ের ক্রমজোড়ের দিত্বীয় উপাদান সমূহ 1,2,2,5

∴ s অন্বয়ের রেঞ্জ $= \{1,2,5\}$

৬২। $S = \{(-4,5),(2,7),(1,0)\}$ s অন্বয়ের রেঞ্জ কত?

(ক) $\{15,7,1\}$ (খ) $\{5,7,0\}$ ✔ (গ) $\{5,7\}$ (ঘ) $\{-4,2,1\}$

৬৩। $R = \{(0,1),(1,2),(2,3),(3,4)\}$ অন্বয়টির রেঞ্জ কোনটি?

(ক) $\{0,1,2,3\}$ (খ) $\{1,2,3,4\}$ ✔ (গ) $\{0,2,3,4\}$ (ঘ) $\{0,1,2,3\}$

৬৪। $A = \{3\}$ হলে $A \times A$ অন্বয়ের ডোমেন ও রেঞ্জ কত?

(ক) 3 ✔ (খ) 2 (গ) 1 (ঘ) 4

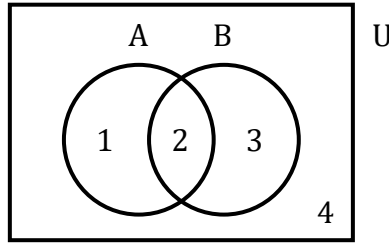
ব্যাখ্যা : $A \times A = \{3\} \times \{3\} = \{(3,3)\}$

সুতরাং অন্বয়টির ডোমেন $= \{3\}$, রেঞ্জ $= \{3\}$

বহুনির্বাচনী শর্ট নোটস

ভেনচিত্র

সেট ও সেটের উপাদানগুলোকে বিভিন্ন জ্যামিতিক আকৃতির মাধ্যমে প্রকাশই ভেনচিত্র।

ভেনচিত্রে একটি আয়তের মাধ্যমে সার্বিক সেতকে দেখানো হয় এবং পরস্পরচ্ছেদী বৃত্ত দ্বারা সার্বিক সেতের অন্তর্ভূক্ত সেটগুলো প্রকাশ করা হয়।

চিত্র সার্বিক সেট $U = \{1, 2, 3, 4\}, A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}$ দেখানো হয়েছে।

উপসেট ও প্রকৃত উপসেট।

কোনো সেট থেকে যতগুলো উপসেট গঠন কয়া যায়, এদের প্রত্যেকটি সেটকে উক্ত সেটের উপসেট বলে।

B সেট A সেটের উপসেট হলে $B \subseteq A$ লেখা হয়।

$\emptyset$ যেকোনো সেটের উপসেট।

- কোনো সেটের উপাদান সংখ্যা n হলে উপসেট সংখ্যা 2^n এবং প্রকৃত উপসেটের সংখ্যা $2^n - 1$

কোনো সেট থেকে গঠিত উপসেটের মধ্যে যে উপসেটগুলোর উপাদানসংখ্যা প্রদত্ত সেটের উপাদান সংখ্যা অপেক্ষা কম তাদেরকে প্রকৃত উপসেট বলে।

B সেট A সেটের প্রকৃত উপসেট হলে $B \subset A$ লেখা হয়।

সেটের সমতা ও সেটের অন্তর

দুই বা ততোধিক সেটের উপাদান একই হলে, এদেরকে সেটের সমতা বলা হয়।

সমান সেতগুলোকে সমান চিহ্ন ‘ $=$ ‘ দ্বারা লিখা হয়।

কোনো সেট থেকে অন্য একটি সেট বাদ দিলে গঠিত সেটকে বাদ সেট এবং ঘটনাকে সেটের অন্তর বলে।

A সেট থেকে B সেটের অন্তর A\B বা A-B ভাবে লিখা হয়।

সার্বিক সেট ও পূরক সেট

আলোচনাধীন সকল সেট যদি একটি নির্দিষ্ট সেটের উপসেট হয় তবে ঐ নির্দিষ্ট সেটকে এর উপসেটগুলোর সার্বিক সেট বলে।

A={x, y}, B={x, y, z} হলে B সেটকে A সেটের সাপেক্ষে সার্বিক সেট বলে।

সার্বিক সেটকে সাধারণত U দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

সার্বিক সেটের সাপেক্ষে কোনো সেটের বাদ সেটকে ঐ সেটের পূরক সেট বলে।

A এর পূরক সেট, A^C বা, $A' = U \setminus A$

সংযোগ সেট ও ছেদ সেট

সংযোগ সেট হচ্ছে আলোচনাধীন সেটের সকল উপাদান নিয়ে গঠিত সেট।

A এবং B দুইটি সেট। সেট দুইটির সংযোগ সেট A∪B সেট গঠন পদ্ধতিতে $A \cup B = \{x : x \in A$ অথবা $x \in B\}$

$A \cup B = A$ হলে, অবশ্যই $A = B$ অথবা B⊆A হবে।

ছেদ সেট হচ্ছে দুই বা ততোধিক সেটের সাধারণ উপাদান নিয়ে গঠিত সেট। একে ∩ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

A ও B দুইটি সেট হলে সেট দুইটির ছেদ সেট $A \cap B$ ।

সেট গঠন পদ্ধতিতে, $A \cap B = \{x : x \in A$ এবং $x \in B\}$

ক্রমজোড়

ক্রমজোড় হলো জোড়া আকারের নির্দিষ্ট প্রকাশ যেকাহ্নে প্রথম উপাদান বা পদ x এবং দ্বিতীয় উপাদান বা পদ y হলে ক্রমজোড়টি (x, y) হয়।

ক্রমজোড় $(x, y) = (a, b)$ হলে, $x =$a এবং $y = b$ হয়।

অন্বয়

R সেট যদি A সেট থেকে B সেটের একটি অন্বয় হয়, তবে $R \subseteq A \times B$

R এর ক্রমজোড়ের ১ম ও ২য় উপাদানগুলো যথাক্রমে A ও B এর উপসেট হবে।

$A = \{2, 4\}$ এবং $B = \{3, 5\}$ হলে, $A \times B = \{(x, y): x \in A, y \in B\}$

$$= \{(2,3), (2,5), (4,3), (4,5)\}$$

যদি $x > y$ হয়, $R = \{(4,3)\}$

যদি $x < y$ হয়, $R = \{(2,3), (2,5), (4,5)\}$

ফাংশন

যদি কোনো অন্বয়ে একই প্রথম উপাদানবিশিষ্ট একাধিক ক্রমজোড় না থাকে, তবে সেই অন্বয়টি ফাংশন।

$y = f(x)$ ফাংশনের x স্বাধীন চলক ও y অধীন চলক।

$y = f(x)$ ফাংশনের প্রত্যেক x এর জন্য y এর একটি নির্দিষ্ট মান পাওয়া যায়,

প্রত্যেক ফাংশন অন্বয় কিন্তু প্রত্যেক অন্বয় ফাংশন নয়।

ডোমেন ও রেঞ্জ

কোনো অন্বয়ে ক্রমজোড়ের প্রথম উপাদানের সেটকে ডোমেন ও দ্বিতীয় উপাদানের সেটকে রেঞ্জ বলে।

$y = f(x)$ ফাংশনের সংজ্ঞায়, ডোমেন হলো x এর এমন একটি সেট, যার জন্য f(x) এর মান নির্ণয় করা যায় এবং ডোমেনের জন্য $f(x)$ এর যে সকল বাস্তব মান পাওয়া যায় তাই রেঞ্জ।

ডোমেনকে ডোম f এবং রেঞ্জকে রেঞ্জ f লিখে প্রকাশ করা হয়।

ফাংশনের লেখচিত্র

$y = f(x)$ একটি ফাংশন যেখানে স্বাধীন ও অধীন চলকের উপাদানগুলো নিয়ে যে সকল ক্রমজোরের সেট পাওয়া যায় তার চিত্রায়িতরূপ f ফাংশনের লেখচিত্র।

XY সমতলে XOX' কে x-অক্ষ ও YOY' কে y- অক্ষ এবং অক্ষদ্বয়ের ছেদবিন্দু O হলো মূলবিন্দু।

X- অক্ষ বরাবর স্বাধীন চলকের মান ও y- পক্ষ বরাবর অধীন চলকের মান বসানো হয়।

কোনো বিন্দুর স্থানাঙ্ক $P(x, y)$ হলে x কে ভুজ ও y কে কোটি বলা হয়।